

Prof. dr Petar B. Petrović

Redovni profesor Mašinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu,

Katedra za proizvodno mašinstvo

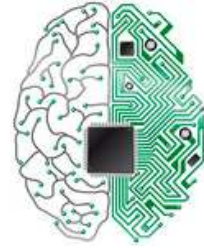
Kurs **PRO220-0342 MEHATRONSKI SISTEMI**

Semestar: II

Letnji semestar 2022/2023

Generacija 014

Predavanja/vežbanja: utorak, 14:00-19:00, sala 142



Struktura kursa:

modul a: digitalni računar

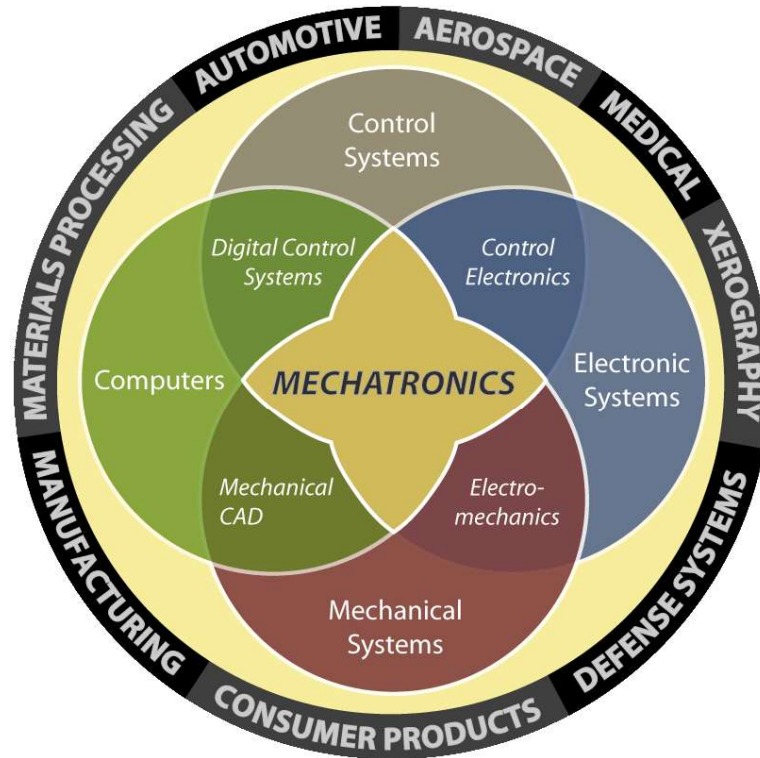
modul b: senzori i obrada signala

**modul c: električni aktuatorni sistemi i
upravljanje kretanjem**

“Mechatronics is the synergetic integration of mechanical engineering with electronics and intelligent computer control in the **design and manufacturing** of industrial products and processes” [1].

[1] Harashima, F., Tomizuka, M., and Fukuda, T., Mechatronics—“What is it, why and how?” An editorial. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 1(1):1–4, 1996.

U 21. veku ne postoji čisto mehanički proizvod!



What is Mechatronics?

Essentially, Mechatronics is the concept of working smarter – not harder – and to inexpensively get the most done in as little time as possible. The term can be defined in many different ways, but functionally, it is a blend of mechanics and the synergistic use of precision engineering, control theory, computer science, and finally sensor and actuator technology – all designed to improve products and processes.

But mechatronics is **more than that**. It also concentrates on mechanics, electronics, control and molecular engineering as well as computing, all combining to produce simpler, economical, reliable and versatile systems. Mechatronics can also be described as the totality of fundamentals and techniques in a unified framework for service and production of future-orientated machines and products.

Yet another definition of mechatronics relates to the synergistic integration of mechanical engineering, electronics and intelligent computer control for design and manufacture of industrial products and processes. All in all, Mechatronics has been associated with many different topics including manufacturing, motion control, robotics, intelligent control, system integration, vibration and noise control, automotive systems, modeling and design, actuators and sensors as well as micro devices.

History of Mechatronics

The genesis of **mechatronics began in 1969 in Japan** when Tetsura Mori, a senior engineer for Yaskawa Electric Corp., coined the term. Back then, mechatronics was viewed strictly as electromechanical systems or control and automation engineering. As is evident, the term mechatronics is a combination of words, which is nothing new for Yaskawa; a company that has been combining words and concepts since the 1950s. One of the first terms they created was “minertia,” which was named for a servomotor line that used minimum inertia to develop super-fast starting and stopping ability. Next came, “mochintrol” – short for motor, machine and control – which boasts electrical actuators capable of freely controlling mechanical arms and fingers.

Yaskawa applied for a registered trademark for mechatronics in 1970 and won the rights to the term in 1973. Although the foundation was set for the study of mechatronics, it failed to take off to its full potential; Yaskawa and its engineers were ahead of their time, and so they did not pursue widespread publicity.

It wasn't until the **mid-1980s that the term began to gain popularity**. Yaskawa decided not to renew its trademark and relinquish the rights to the term so as not to limit the industry's research and advancement of the technology.

During the 1970s, mechatronics focused on servo technology, in which simple implementation aided technologies related to sophisticated control methods such as automatic door openers and auto-focus cameras. In the 1980s, mechatronics was used to focus on information technology whereby microprocessors were imbedded into mechanical systems to improve performance, such as antilock braking and electric seats. Finally, in the 1990s, mechatronics centered on communication technology to connect products into large networks, including the production of air bags and other related technologies.

Cybernetics is a transdisciplinary approach for exploring controlled systems. Norbert Wiener defined cybernetics in 1948 as "the scientific study of control and communication in the animal and the machine". Mechatronics unites the principles of mechanics, electronics and computing to generate simpler, more economical and reliable systems. An industrial robot is a prime example of a mechatronic system, it includes aspects of mechanics, electronics, and computing to do its day-to-day jobs.

Primeri mehatronskog sistema:



Industrijski robot – metafora mehatronskog sistema



Robotska linija za montažu

U oblasti proizvodnog inženjerstva i proizvodnih tehnologija, mehatroniku treba dovesti u širi kontekst proizvodne kibernetike i sa njim povezanim konceptom kibernetiko-fizičkih sistema. Značaj mehatronike kao multidisciplinarnе inženjerske oblasti koja simbiotski spreže: tradicionalno mašinstvo, tradicionalnu elektroniku, kompjuterske nauke uključujući, softversko inženjerstvo i kibernetiku (prvog i drugog reda), i inženjerstvo sistema automatskog upravljanja, leži u nespornoj činjenici da **obrada materijala nije moguća bez paralelne obrade informacija**. Dualizam ove vrste je tehnološka invarijanta, nužnost, uvekprisutan u svim fazama razvoja proizvodnih tehnologija. Od čisto manuelne proizvodnje i klasičnih fabrika, pa do potpuno automatizovane i robotizovane proizvodnje i pametnih fabrika, obrada informacija je tehnički imperativ proizvodnog i poslovnog procesa. Menjala se samo tehnologija. Ali, danas, u vremenu eksponencijalnog tehnološkog razvoja u oblasti informacionih tehnologija i globalnih komunikacija do sada nezabeleženih razmera u ljudskoj istoriji, vremenu demokratizacije znanja, ali i vremenu nikad veće ugroženosti informacionih sadržaja i nastanka sasvim nove oblasti istraživanja i tehnologija koju nazivamo kibernetikom bezbednošću, obrada informacija nije samo pitanje tehnologije već i obima, odnosno širine i dubine zahvata. Pojavom pametnih uređaja (IoT tehnologija) koji lokalno obradjuju podatke i informacije i koji imaju ugrađenu sposobnost masovne dvosmerne razmene tih podataka sa relevantnim okruženjem, informaciona dimenzija proizvodnog inženjerstva dobija sasvim drugačiju prirodu. Moderni tehnološki entiteti, kao što su obradni sistemi, proizvodne linije, ili njihove komponente poput alata, pogonskih i senzorskih komponenti, su visokointegrirani sistemi, kod kojih nestaje granica između mašinskog hardvera i upravljačkog hardvera baziranog na mikroprocesorskim sistemima sa integrisanom funkcijom umrežavanja. Takvi proizvodni entiteti postaju zapravo mehatronski entiteti, specijalizovani za domen proizvodnih tehnologija. Ovakve promene menjaju karakter proizvodnih tehnologija i industrijske proizvodnje uopšte, pa se postepeno pojavljuju kvalitativno novi pristupi u definisanju, istraživanju i praksi, koje dobijaju neka nova imena. Na primer **Smart Manufacturing, Digital / Smart / Virtual Factory, ili Industrija 4.0** kao medijska fraza kojom se oslikavaju ambicije kreatora razvojnih politika u oblasti proizvodnog inženjerstva i industrijskih tehnologija za masovnom digitalizacijom, odnosno digitalnom transformacijom proizvodnih tehnologija i uopšte, preradivačke industrije kao posebnog ekonomskog agregata (Industrija 4.0 je brzo po njenom nastanku transformisana u novu političku platformu administracije iz Brisela koja je nazvana **Industrija 5.0**, a koja u suštini predstavlja popravku prvobitne kroz bitno bolje razumevanje tehnološke kompleksnosti moderne industrijske proizvodnje). Masovna umreženost tehničkih entiteta i ljudi, u kojoj distance, odnosno geografija i vreme gube na značaju (trenutna razmena informacija sa kašnjenjem od 1ms kroz takozvane 5G tehnologije), stvara nove fenomene koji u tradicionalnom mašinskom inženjerstvu jednostavno nisu bili poznati, ili bar fizički izvodljivi. Ti fenomeni proističu iz dve bitne činjenice. Prva je da su proizvodni entiteti opremljeni lokalnim sistemima za prihvatanje informacija u realnom vremenu o skoro svim procesnim veličinama, i njihovu obradu i memorisanje u vremenski neograničenom intervalu (praktično kontinualni zahvat i trajno čuvanje svega zahvaćenog i obradjenog). Druga činjenica je da su takvi lokalni sistemi globalno umreženi, od nivoa tehnološke ćelije, proizvodnog pogona, fabrike, pa do globalnih lanaca snabdevanja i tržišta sa kojim operišu. Ovakvo obilje omogućava primenu moćnih alata za analitiku podataka, kojom se nepogrešivo prepoznaju vidljivi ali i nevidljivi procesi i stanja unutar proizvodnog sistema. Tome treba dodati i postepeni ali stabilan napredak u pravcu onoga što volimo da nazivamo veštačkom inteligencijom, odnosno novom generacijom algoritama za obradu informacija koja poseduje potreban nivo generalizacije, semantike, učenja i uopšte, autonomije, da je moguće njeno poredjenje sa ljudskom inteligencijom. Sve prethodno navedeno nužno navodi na zaključak da je mehatronika fokusirana na domen proizvodnog inženjerstva, odnosno proizvodna mehatronika, od vitalnog značaja za proizvodno inženjerstvo, podjednako u inženjerskoj praksi, uključujući i istraživanje, kao i u obrazovanju inženjera. Ovde je vredno spomenuti frazu profesora Joseph E. Aoun: “robot-proof” education.

Today’s colleges and learners can consider education in three major parts that Aoun calls the “new literacies.” “Technological literacy” means the nuts and bolts of technical know-how that allows people to navigate the modern digital world; it includes knowledge of computer science and, more specifically, how coding works. “Coding today is as important now as math was, ten, twenty, thirty years ago,” Aoun in his book quotes a Johnson & Johnson executive as saying. “Human literacy” is the ability to engage others, think creatively, and be entrepreneurial. “Even in the robot age – or perhaps, especially in the robot age – what matters is other people,” Aoun wrote. “Data literacy” – understanding the sea of information generated by machines - is also important.

Another important element of becoming robot-proof is what Aoun calls the “cognitive capacities” that include entrepreneurship, systems thinking and cultural agility. “Entrepreneurship will be increasingly valuable as a means for humans to distinguish themselves in the digital workplace,” Aoun writes, “as machines invade the labor market.” The potential for entrepreneurship to generate new jobs “is one of the most compelling reasons that entrepreneurship should be a baseline competency for all learners,” through an emphasis on both startups and evolutionary practices, he wrote.

“Entrepreneurship is not about launching companies only,” he said in our interview. “You can also be an entrepreneur in a large organization and look at ways of doing things in a completely different way,” he told me. “You need both. When we look at young minds, they are very interested in being part of an entrepreneurial ecosystem, whether it is created by them or part of an organization that will really foster this opportunity.”

Na prostoru USA razvija se koncept (platforma) koji je nazvan Smart Manufacturing, odnosno pametna proizvodnja (prilično odbojno zvuči na srpskom jeziku, i neodoljivo nameće pitanje kakva je konvencionalna proizvodnja, da li je ona antiteza pametnoj proizvodnji, što nesumnjivo nije). Kao i u mnogim drugim inicijativama, koncept Smart Manufacturing je prethodio sličnim programima koji su razvijani u Evropi, ili drugim prostorima širom zemljinog globa.

U tekstu koji sledi, a koji detaljizuje istorijsku liniju razvoja koncepta Smart Manufacturing, izostaje predkontekst. A on je vrlo bitan. Bitan, jer je prodor digitalnih tehnologija, ako se izuzme oblast obrambenog sektora, svoju prvu praktičnu valorizaciju imao upravo u oblasti manufakturne industrije (ovde se koristi termin manufakturna, kao prilagodjena tuđica, nasuprot pojmu preradivačka industrija, koji je odomaćen u srpskom jeziku, mada očigledno neadekvatan, i nepraktična zbog svoje deskriptivnosti). Prva praktična primena digitalnih tehnologija i digitalnog kompjutera u proizvodnim tehnologijama vraća nas u pedesete godine dvadesetog veka kada je na prostoru USA realizovan projekat prve numerički upravljane alatne mašine, u obliku kakav danas poznajemo. Šezdesete godine su godine prodora numeričkih alatnih mašina u industriju, pojava i ubrzana primena industrijskih robota (sinonim mehtronskog sistema) i za inženjerstvo posebno značajno, digitalizacija tehnologije inženjerskog projektovanja koja je crtaću tablu, čuveni kulman i takozvani šiber, pomagalo koje je inženjerima olakšavalo baratanje brojevima i uopšte, računске poslove, zauvek poslata u muzeje – pojavio se CAD i CAM i dalje niz specijalizovanih digitalnih alata CAx, koje su uvela revoluciju u inženjersko projektovanje, ne samo kvantitativno, oslobadajući inženjere mukotrpnog posla, već i kvalitativno, omogućavajući im da urade ono što je nekada bilo nezamislivo – digitalne simulacije složenog ponašanja mehanike nosećih struktura mašina alatki i robota, digitalne simulacije složenih procesa strujanja fluida, i tako redom do simulacije ponašanja ekstremno složenog sistema kao što je fabrika i njoj pripadajuće okruženje. Dakle, Smart Manufacturing nije suštinski novi koncept. Verovatno nije ni revolucionarni. Novo je samo to što je proces digitalizacije dosegao tako masovne razmere, od mikro sveta digitalizovanih tehnoloških entiteta, pa do digitalneog umrežavanja kompletnog globalnog proizvodnog sistema, čime se kvantitativni rast gotovo neslućenih razmera, pretvorio u kvalitativnu promenu, stvarajući tako revolucionarno novi kontekst i možda društvene implikacije takvih razmera koje će uz nužnost vremenske distance, jednog dana ipak biti kategorizovane kao revolucionarne.

A Brief History of Smart Manufacturing

Smart Manufacturing Timeline



Source: CESMII – The Smart Manufacturing Institute, www.cesmii.org

Around 2005, connectivity, data, and computing power were advancing at Moore’s Law pace along with the Internet, eCommerce, social media, and smartphone platforms. The concept of cyberinfrastructure entered the vocabulary around that time.

The term Smart Manufacturing was coined in 2006 at a National Science Foundation workshop on Cyberinfrastructure [1]. It was called Smart Process Manufacturing at that time but was quickly shortened to Smart Manufacturing as the work evolved around the initial concepts.

At that time, the term cyberinfrastructure was being used in the context of implementing new applications that combined the power of data exchanges through networks that aggregate information about different facilities and locations with advances in data modeling and computational power. The NSF workshop outlined strategies for multi-scale dynamic modeling and simulation, large-scale optimization, sensor networks, data interoperability, requirements-driven security, and coined the term “Smart Plant”.

“The ‘Smart Plant’ is composed of ‘smart assets’ that not only provide their basic process function but provide proactive feedback on the economic, environment, health and safety performance of that asset in aggregation with the other assets and in the moment. Smart plants operate to tighter specifications and involve a much greater understanding of the processes, greater automation and decision support, expanded use of automation, data and data interpretation, and a new-generation workforce that is trained and oriented toward a knowledge and information mindshare.” [1]

In parallel, Germany was working on a similar initiative completely independently called Smart Factory, and a couple years after that, they renamed it Industrie 4.0. Both Smart Manufacturing and Industrie 4.0 have evolved in parallel. Industrie 4.0 had a focus on cyber-physical systems while Smart Manufacturing has focused on highly connected information-driven manufacturing. There is a big overlap on both agendas, and we will continue to see parallel and joint efforts going forward.

In 2010, the Smart Manufacturing Leadership Coalition (SMLC) gathered a group of over 50 industry leaders in a workshop to advance the development of the infrastructure and capabilities needed to deliver the full potential of Smart Manufacturing. The group documented goals for Smart Manufacturing in the report “Implementing 21st Century Smart Manufacturing” [2] along with challenges like affordability, usability, interoperability, customer integration, protection of proprietary data, and cyber security.

In 2014, the DKE/DIN Industrie 4.0 German Standardization Roadmap Version 1.0 [3] was published. The Germans stressed standardization as key to the success of the Industrie 4.0 initiative. The roadmap noted the importance of:

- Integration of technical processes and business processes
- Digital mapping and virtualization of the real world
- The integration of data-enabled “smart” products with production systems
- Extensive use of the internet

The roadmap defined cyber-physical systems in the plant as seamlessly integrating digital data from the physical production process and “smart” products into synchronized information systems that optimize the production workflow through simulation and analytical tools.

The German initiative is soon followed by similar industrial initiatives in other countries that took notice of the importance of advancing manufacturing in a global economy competition.

Between 2010 and 2016, early adopting manufacturers in the U.S. continued to advance the implementation of Smart Manufacturing techniques. Organizations including the Manufacturing Enterprise Systems Association (MESA), the Industrial Internet Consortium (IIC), and the Smart Manufacturing Leadership Coalition (SMLC), brought together manufacturers, consultants, technology vendors, and academia to accelerate the implementation and document the practices and progress in Smart Manufacturing. [4]

Manufacturers implementing Smart Manufacturing are not just reducing cost, they are implementing technology-enabled business models and turning traditional factories from cost centers into profitable innovation centers through the integration of technologies including:

- Industrial Internet of Things (IIoT)
- Smart machines and collaborative robotics
- Cloud and edge computing
- Enterprise integration and API management platforms
- A2A and B2B standards for multi-vendor interoperability
- Big data processing and predictive analytics capabilities

In 2016, MESA International published the report “Smart Manufacturing Landscape Explained” [5] and NIST published the paper “Standards Landscape for Smart Manufacturing” [6].

In 2016, CESMII—the U.S. Smart Manufacturing Institute—was formed as one of multiple Manufacturing USA institutes focused on bringing together industry, academia, and federal partners to increase U.S. manufacturing competitiveness and promote a robust and sustainable national manufacturing R&D infrastructure. CESMII was established with a mission to radically accelerate Smart Manufacturing technologies adoption including advanced sensors, controls, platforms, and optimization models. The CESMII Roadmap for Smart Manufacturing was published in 2017 [7].

By 2017, Smart Manufacturing has gained wider adoption. Trade organizations and consulting firms were documenting success stories and practices as in the report by Deloitte titled “The Smart Factory” [8]. Consulting organizations also started publishing guidance like the Singapore Smart Industry Readiness Index [9] to help manufacturers assess their business practices and establish roadmaps towards higher levels of Smart Manufacturing adoption.

Smart Manufacturing was recognized as including vertical and horizontal integration of connectivity, intelligence, workforce, and automation across multiple dimensions of business processes including product lifecycle, operations, and supply chain.

Today, Smart Manufacturing technologies and practices have matured but the adoption has not crossed the chasm and moved beyond the early adopters into the early majority for wide adoption in the ecosystem. It is necessary to move to the next stage of adoption—the democratization of Smart Manufacturing.

modul a: digitalni računar

Digitalni kompjuter/računar je ključna komponenta svakog mehatronskog sistema. Pomoću kompjutera ostvaruju se: (a)funkcija akvizicije i obrade senzorskih signala, (b)funkcija odlučivanja i upravljanja, (c)funkcija regulacije rada aktuatora, (d)funkcija komunikacije sa čovekom i (e)funkcija komunikacije sa drugim računarskim sistemima. Ovako širok spektar funkcija zahteva dublje poznavanje principa rada digitalnog kompjutera, odnosno ovladavanje teoretskim i praktičnim aspektima tehničkih osnova njegovog hardvera i osnova programiranja.

U okviru ovog modula razmatra se sledeći sadržaj:

- a1 **formalne osnove digitalnog računara**
- a2 **princip funkcionisanja, arhitektura i digitalni moduli**
- a3 **integrisani mikroračunarski sistem - mikrokontroler**

U tehničkoj literaturi i u našem govornom jeziku sreću se dva ravnopravna termina: računar i kompjuter. To dolazi odatle što na našem jeziku ne postoje lingvističke odrednice koje razlikuju sadržaje koji se u engleskom govornom području podrazumevaju pod terminima *the calculation* i *the computation*. Ovim terminima stvara se jasna razlika između procesa i uređaja koji obavljaju računске operacije – *the calculation* i koji obavljaju obradu informacija – *the computation*. Termin *computation* je šireg značenja. Očigledno je da je iz termina *the computation* izvedena reč *computer*, odnosno kompjuter. Bez obzira na prethodno navedeno, u okviru ovog kursa će biti ravnopravno korišćeni termini računar i kompjuter, kao sinonimi u našem jeziku, pri čemu se uvek misli na uređaje i procese koji se odnose na obradu informacija.

modul a1: FORMALNE OSNOVE DIGITALNIH RAČUNARA

a1.1 NUMERIČKI SISTEMI I KODIRANJE

a1.1.1 Binarni sistem

a1.1.2 Binarno kodirani decimalni brojevi – BCD

a1.1.3 Alfaniumerički kodovi – ASCII kod

a1.2 BINARNE OPERACIJE

a1.2.1 Binarna ili Bulova algebra

a1.2.2 Aritmetičke operacije u binarnom numeričkom sistemu

a1.2.3 Unarne operacije

a1.3 KOMBINACIONI SISTEMI

a1.3.1 Logičke funkcije

a1.3.2 Sinteza logičkih funkcija

a1.3.3 Optimizacija logičkih funkcija

a1.3.4 Konverzija logičkih funkcija

a1.3.5 Kombinatorni digitalni moduli

Koder

Dekoder

Konvertor koda

Komparator

Multiplekser

Demultiplekser

a1.4 SEKVENCIJALNI SISTEMI

a1.4.1 Bistabilni logički elementi

a1.4.2 Registar – stacionarni (različiti varijantni oblici), dinamički (pomerački)

a1.4.3 Binarni brojač

a1.4.4 Časovnik

modul a1: FORMALNE OSNOVE DIGITALNIH RAČUNARA

a1.1 NUMERIČKI SISTEMI I KODIRANJE

Broj je osnovna matematička kategorija. Teorija brojeva je grana čiste matematike koja je prvenstveno posvećena proučavanju celih brojeva i celobrojnih funkcija. Nemački matematičar Karl Fridrih Gaus (1777–1855) je rekao: 'Matematika je kraljica nauka, a teorija brojeva je kraljica matematike'. U nauci o kompjuterima (Computer Science), kompjutaciona teorija brojeva (computational number theory), poznata i kao algoritamska teorija brojeva, bavi se proučavanjem kompjutacionih metoda za istraživanje i rešavanje problema u teoriji brojeva i aritmetičkoj geometriji, takodje i u kriptografiji. Tehnologija modernog digitalnog kompjutera (informacione mašine, odnosno mašine za obradu, odnosno manipulaciju informacija) jednim značajnim delom počivaja na teoriji brojeva.

Numeričko predstavljanje informacija pri njihovoj obradi primenom računara vrši se isključivo pomoću skupa simbola nekog brojnog sistema. Zbog toga je poznavanje opšteg koncepta numeričkih sistema, principa kodiranja, prevodjenja jednog sistema u drugi i poznavanje različitih operacija unutar jednog numeričkog sistema, od posebnog značaja za projektovanje i realizaciju mehatronskih sistema.

Izbor optimalnog brojnog sistema je delikatno inženjersko pitanje i u najvećoj meri je uslovljeno tehnološkim ograničenjima.

U okviru ovog kursa polazi se od **pozicionih numeričkih sistema**. Kod ovih sistema brojne vrednosti se izražavaju sledećim modelom:

$$X = \sum_{i=-m}^{n-1} c_i b^i \quad (1)$$

gde su:

- b – osnova ili baza brojnog sistema
- c – cifre brojnog sistema
- i – mesto, pozicija ili razred cifre u datom broju
- m – broj razlomačkih mesta u grupi cifara
- n – broj celih mesta

U razvijenom obliku, izraz (1) glasi:

$$X = c_{n-1}b^{n-1} + c_{n-2}b^{n-2} + \dots + c_1b^1 + c_0b^0 + c_{-1}b^{-1} + c_{-2}b^{-2} + \dots + c_{-m}b^{-m} \quad (2)$$

Na primer, kod decimalnog brojnog sistema koji je za nas prirodni brojni sistem, cifre brojnog sistema su: $c = (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)$, osnova brojnog sistema je $b = 10$, pa odatle sledi da se broj 21,405 za koji je $n = 2$ i $m = 3$ zapisuje kao:

$$X = 21.405_{10} = 2 \cdot 10^1 + 0 \cdot 10^0 + 4 \cdot 10^{-1} + 0 \cdot 10^{-2} + 5 \cdot 10^{-3}$$

Леонардо Фибоначи (1170—1250), такође познат и као **Леонардо из Пизе**, био је италијански математичар из Пизе који је сматран „најталентованијим западним математичарем средњег века“. Фибоначи је у свом раду из аритметике и алгебре: Рачун, тј. Књига о абакусу (**Liber abaci**, 1202), глорификовао **хинду-арапски систем бројева**. Поставши свестан супериорности арапских бројева (са **децималним нумеричким системом**, **позиционом нотацијом** и **постојањем цифре нулте вредности** — нуле), Леонардо је екстензивно путовао медитеранском обалом, сусрећући се са бројним трговцима и математичаре и заједно са њима проучавао њихове системиме и аритметику, да би се, схвативши све предности хинду-арапског система, вратио у Пизу 1200. године. Две године касније, у 32. години живота, завршио је и у књизи Liber Abaci (Књига о абакусу или Књига рачуна), објавио све оно што је током путовања научио. Ова књига популаризовала је **хинду-арапске бројеве у Европи** и показала значај новог система нумерисања његовом применљивошћу у **комерцијалном рачуноводству**, конверзији тежине у мере, рачуну, каматама, размени валута и другим нумеричким применама. У овој књизи описао је нулу као број који у арапском бројном систему није постојао, позициону нотацију, декомпозицију на примарне факторе, као и критеријуме дељивости. Књига је у Европи примљена са одушевљењем међу образованом јавношћу и има велики утицај на потоњу европску математичку мисао.

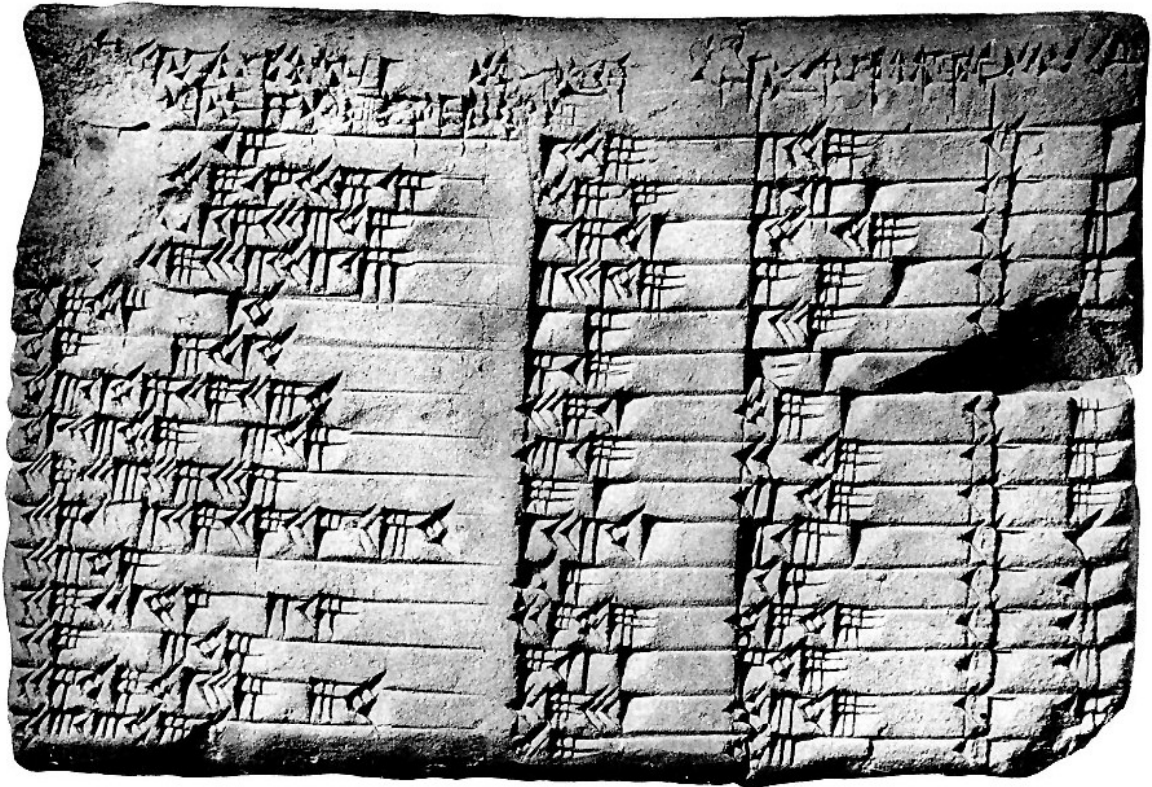
Pored decimalnog, u praksi se sreću unarni (osnova brojanja 1), binarni (osnova brojanja 2, simboli: 0, 1), ternarni (osnova brojanja 3, simboli: 1, 0, -1), oktalni (osnova brojanja 8, simboli: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7) i heksadecimalni numerički sistem (osnova brojanja 16, simboli: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F).

Sexagesimal (base 60) is a numeral system with sixty as its base. It originated with the ancient Sumerians in the 3rd millennium BC, it was passed down to the ancient Babylonians, and it is still used — in a modified form — for measuring time, angles, and the geographic coordinates that are angles. The number 60, a highly composite number, has twelve factors, namely { 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60 } of which two, three, and five are prime numbers. With so many factors, many fractions involving sexagesimal numbers are simplified. For example, one hour can be divided evenly into sections of 30 minutes, 20 minutes, 15 minutes, 12 minutes, 10 minutes, six minutes, five minutes, etc. **Sixty is the smallest number that is divisible by every number from one to six.**

Vavilonski brojni sistem zasnovan na bazi $b=60$ je mnogo precizniji od naseg dekadnog sistema. Na primer $10/3=3.3333333$ dok je $60/3=20$, odnosno TAČAN BROJ!!! Naš dekadni sistem ima samo dve tačne frakcije: $10/2$ i $10/5$, dok kod vavilonskog sistema imamo $60/2$, $60/3$, $60/4$, $60/5$ i $60/6$. Da li to znači da izbor baze utiče na tačnost proračuna? Intersantno je da je Vavilon poznao trigonometriju 1000 godina pre Grčke, što otvara mnoga pitanja vezana za istoriju matematike. Skoro je u južnom Iraku pronadjena glinena tablica koja se smatra najstarijom poznatom trigonometrijskom tablicom.



Plimpton 322, a 3,700-year old clay tablet, has been found to be the world's oldest and most accurate trigonometric table



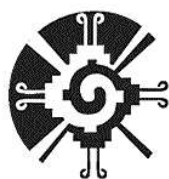
𐐃 1	𐐃𐐃 11	𐐃𐐃𐐃 21	𐐃𐐃𐐃𐐃 31	𐐃𐐃𐐃𐐃𐐃 41	𐐃𐐃𐐃𐐃𐐃𐐃 51
𐐄 2	𐐄𐐄 12	𐐄𐐄𐐄 22	𐐄𐐄𐐄𐐄 32	𐐄𐐄𐐄𐐄𐐄 42	𐐄𐐄𐐄𐐄𐐄𐐄 52
𐐅 3	𐐅𐐅 13	𐐅𐐅𐐅 23	𐐅𐐅𐐅𐐅 33	𐐅𐐅𐐅𐐅𐐅 43	𐐅𐐅𐐅𐐅𐐅𐐅 53
𐐆 4	𐐆𐐆 14	𐐆𐐆𐐆 24	𐐆𐐆𐐆𐐆 34	𐐆𐐆𐐆𐐆𐐆 44	𐐆𐐆𐐆𐐆𐐆𐐆 54
𐐇 5	𐐇𐐇 15	𐐇𐐇𐐇 25	𐐇𐐇𐐇𐐇 35	𐐇𐐇𐐇𐐇𐐇 45	𐐇𐐇𐐇𐐇𐐇𐐇 55
𐐈 6	𐐈𐐈 16	𐐈𐐈𐐈 26	𐐈𐐈𐐈𐐈 36	𐐈𐐈𐐈𐐈𐐈 46	𐐈𐐈𐐈𐐈𐐈𐐈 56
𐐉 7	𐐉𐐉 17	𐐉𐐉𐐉 27	𐐉𐐉𐐉𐐉 37	𐐉𐐉𐐉𐐉𐐉 47	𐐉𐐉𐐉𐐉𐐉𐐉 57
𐐊 8	𐐊𐐊 18	𐐊𐐊𐐊 28	𐐊𐐊𐐊𐐊 38	𐐊𐐊𐐊𐐊𐐊 48	𐐊𐐊𐐊𐐊𐐊𐐊 58
𐐋 9	𐐋𐐋 19	𐐋𐐋𐐋 29	𐐋𐐋𐐋𐐋 39	𐐋𐐋𐐋𐐋𐐋 49	𐐋𐐋𐐋𐐋𐐋𐐋 59
𐐌 10	𐐌𐐌 20	𐐌𐐌𐐌 30	𐐌𐐌𐐌𐐌 40	𐐌𐐌𐐌𐐌𐐌 50	

Maje su koristile brojni sistem sa osnovom 20, odnosno vigezimalni brojni sistem. Maje su poznavale nulu! Specifičan sistem označavanja brojeva omogućavao je jednostavno izvodjenje osnovnih aritmetičkih operacija.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19
 — — — — — = = = = = = = = = = = = = = =

$$\begin{array}{r} 5 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{r} 8 \\ \dots \\ \hline \end{array} = \begin{array}{r} 13 \\ \dots \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ \dots \\ \hline \end{array} - \begin{array}{r} 5 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{r} 8 \\ \dots \\ \hline \end{array}$$



MAYAN NUMBERS

A VIGESIMAL (BASE 20) SYSTEM

ICON IMAGES CORRESPOND TO NUMBERS SHOWN

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19

$3n + 1$

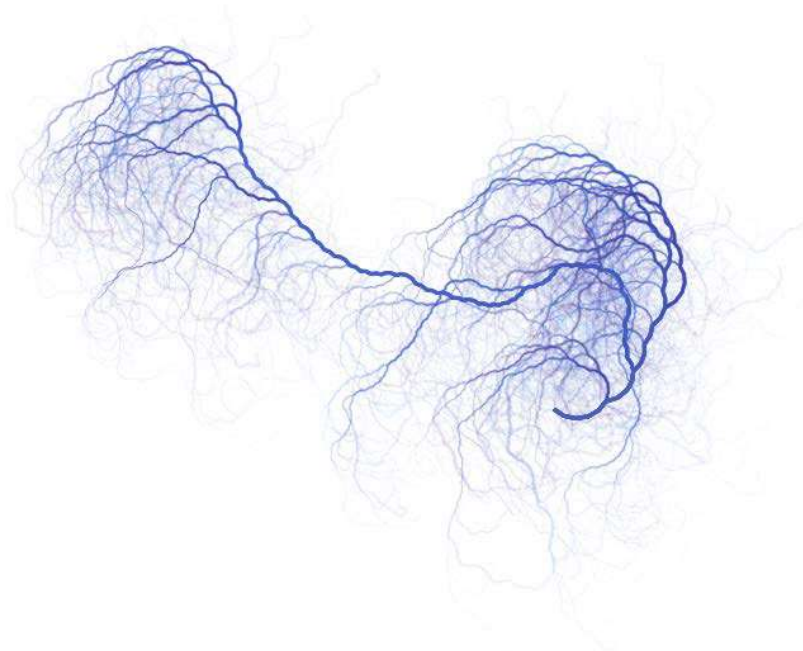
The Collatz conjecture is one of the most famous unsolved problems in mathematics.

Consider the following operation on an arbitrary positive integer:

If the number is even, divide it by two.

If the number is odd, triple it and add one.

The conjecture asks whether repeating two simple arithmetic operations will eventually transform every positive integer into 1.



This is basically a procedure which takes $n=2000$ random numbers up to $\max=200000000$, calculates the Collatz sequence for each of them and then turns each sequence into a curve using the AnglePath command: starting with 1, if the current number is even, it turns counterclockwise and if odd, it turns clockwise (the numbers in these sequences are mostly even, so I had to balance out the angles a bit so that on average the trajectories don't turn into a big spiral), and the length of the step decreases like a power of the number (1.2 in the picture). You can see that some paths repeat many times and most of the sequences at some point coalesce with one of these "thick" paths. More over, most (if not all) of the smaller paths approach the thicker paths from a particular side (I wonder what that means).

The Basel problem asks for the precise summation of the reciprocals of the squares of the natural numbers. Euler found the exact sum to be $\pi^2 / 6$ and announced this discovery in 1735.

a1.1.1 Binarni sistem

Binarni sistem je numerička osnova savremenih digitalnih sistema.

Baza binarnog sistema je $b = 2$ i u matematičkoj notaciji najčešće se koriste cifre $c = (0, 1)$. U tehničkoj realizaciji ovaj sistem se iskazuje pomoću dva nivoa neke fizičke promenljive, što je iz ugla tehnologije i fizičke realizacije vrlo pogodno (jednostavno i robusno, odnosno malo osetljivo na poremećaj). Na primer, u elektronskim kolima, niska vrednost naponskog signala, V_L , odgovara simbolu 0, a visoka naponska vrednost, V_H , odgovara simbolu 1. U pneumatskim ili hidrauličkim sistemima, nizak nivo pritiska odgovara simbolu 0, a visok odgovara simbolu 1. Upravo ova vrsta tehničke jednostavnosti je razlog dominacije binarnog sistema predstavljanja brojeva u savremenoj računarskoj tehnologiji.

Binarni brojni sistem je vrlo pogodan za rad sa logičkim funkcijama koje takodje imaju dva stanja: tvrdnja je logički istinita i tvrdnja je logički neistinita. Dodeljivanjem simbola 1 i 0 respektivno, moguće je direktno kodirati logičke funkcije u binarnom numeričkom sistemu. Dualnost ove vrste je jedinstveno svojstvo binarnog brojnog sistema.

Brojevi u binarnom sistemu označavanja iskazuju se sledećim izrazom:

$$X = \sum_{i=-m}^{n-1} c_i 2^i = c_{n-1} 2^{n-1} + c_{n-2} 2^{n-2} + \dots + c_1 2^1 + c_0 2^0 + c_{-1} 2^{-1} + c_{-2} 2^{-2} + \dots + c_{-m} 2^{-m} \quad (3)$$

gde koeficijenti c uzimaju vrednosti 0 ili 1. Na primer, decimalna vrednost vrednost broja 1011,01, za koji je $n=4$ i $m=-2$, biće:

$$1011,01_2 = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} = 11,25_{10}$$

Sistem kodiranja binarnih brojeva definisan relacijom (3) naziva se **prirodni binarni kod**.

Uočava se da je u binarnom sistemu broj cifara koji je neophodan da se iskaže jedan broj veći od broja cifara neophodan da se iskaže isti takav broj u decimalnom sistemu. Na primer, sa četiri cifre, maksimalni broj koji se može iskazati u decimalnom sistemu je 9999 dok je maksimalna u binarnom 1111, čija je ekvivalentna decimalna vrednost samo 15 – problem reprezentativnosti brojnog sistema!

Konverzija binarnog broja u decimalni (B/D konverzija) ostvaruje se direktno primenom formule (1). Konverzija decimalnog u binarni (D/B konverzija) može se izvesti na više načina, primenom metode oduzimanja, deljenja i množenja.

The modern binary number system goes back to **Gottfried Leibniz** who in the **17th century** proposed and developed it in his article *Explication de l'Arithmétique Binaire*. Leibniz invented the system around 1679 but he published it in 1703. He already used symbols 0 and 1.

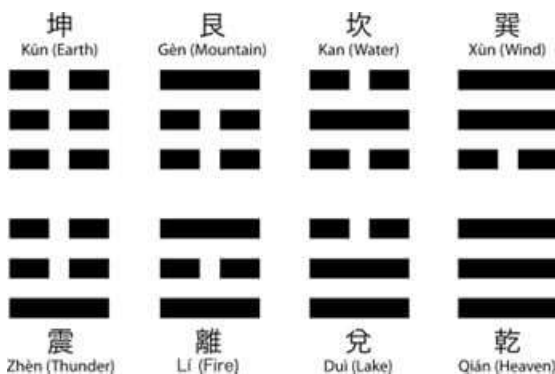
Ali, i sam Lajbnic, kada se stvari posmatraju fenomenološki, poziva se na Kinu i FUXI tablice u kojima se pojavljuju simboli u obliku crtice i isprekidane crtice, oznacavajući jedinicu i nulu koju danas koristimo za aritmetiku binarnih sistema. Te tablice su stare više hiljada godina. Koncept binarnog brojnog sistema je, izgleda, pronađen u Kini.

What is surprising in this calculation is that this arithmetic of 0 and 1 contains the mystery of lines of an ancient king and philosopher named Fu Xi, who is believed to have lived more than four thousand years ago and whom the Chinese regard as the founder of their empire and of their sciences. There are several figures of lines that are attributed to him; they all go back to this arithmetic. But it is enough to place here the so-called figures of the eight Cova [trigrams], which are basic, and to add to these an explanation which is manifest, so that it is understood that a whole line — signifies unity or one, and that a broken line — signifies zero or 0.

The **ancient Chinese book I-Ching** was written a few thousand years ago. It introduces the system of symbols Yin and Yang (equivalents of 0 and 1). It had a powerful impact on culture, medicine and science of ancient China and several other countries. From the modern standpoint, **I-Ching declares the importance of dyadic groups of binary numbers** for the Nature. The system of I-Ching is represented by the tables with dyadic groups of 4 bigrams, 8 trigrams and 64 hexagrams, which were declared as fundamental archetypes of the Nature.

—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—
0	↘	0	↘	0	↘	0	↘
0	0	↘	↘	0	0	↘	↘
0	0	0	0	↘	↘	↘	↘
0	1	10	11	100	101	110	111
0	1	2	3	4	5	6	7

Ancient Chinese legend says that I Ching originated with the mythical Fu Xi, one of the earliest legendary rulers of China (2800 BC-2737 BC), reputed to have had the 8 trigrams revealed to him supernaturally. By the time of the legendary Yu 2194 BC – 2149 BC, the trigrams had supposedly been developed into the famous 64 hexagrams of the I-Ching.



The 8 trigrams. Image source: Wikipedia

The solid line represents Yang, the creative principle, while the open line represents Yin, the receptive principle. Together, they express the idea of complementarity of changes. The hexagrams combine two trigrams together. With six such lines stacked from bottom to top there are 64 possible combinations, and thus 64 hexagrams represented, each with their own meaning and interpretation. To use the I-Ching, a person uses either coin tosses or yarrow stalks to generate a hexagram and receive their divination statement.

After Leibniz's work, mathematicians and scientists such as **George Boole**, who invented Boolean algebra, and **Claude Shannon**, who implemented both Boolean algebra and binary arithmetic using electronic relays and switches majorly progressed the field in which binary numbers would become indispensable.

In 1854, British mathematician George Boole published a landmark paper detailing an algebraic system of logic that would become known as Boolean algebra. His logical calculus was to become instrumental in the design of digital electronic circuitry.

In 1937, Claude Shannon produced his master's thesis at MIT that implemented Boolean algebra and binary arithmetic using electronic relays and switches for the first time in history. Entitled A Symbolic Analysis of Relay and Switching Circuits, Shannon's thesis essentially founded practical digital circuit design.

In 1937, George Stibitz developed the first relay-based computer called Model K which calculated using binary (addition only). In a demonstration to the American Mathematical Society conference at Dartmouth College on 11 September 1940, Stibitz was able to send the Complex Number Calculator **remote commands over telephone lines by a teletype**. It was the first computing machine ever used remotely over a phone line. Some participants of the conference who witnessed the demonstration were John von Neumann, John Mauchly and Norbert Wiener, who wrote about it in his memoirs.

Finally, between 1935 and 1938, the Z1 computer was built which concurrently used the Boolean logic and binary floating point numbers. The Z1 computer was designed and built by Konrad Zuse.

Ipak, kada se tumači istorija, treba biti obazriv. Partikularne pojave, ma koliko bile napredne, ispred svog vremena, ne mogu se uzeti kao referentne. Bitne su one promene koje su produkovale promenu šireg društvenog konteksta. Sve se mora posmatrati kroz okvir razmere uticaja na društvo. Kao i parna mašina, tako i kompjuter, tako i druge tehnologije. Za sve je bitan odgovarajući kontekst u kojem je društvo spremno da apsorbuje inovaciju i pretvori je korist u društveno relevantnim razmerama.

Ali, postoje osnovane tvrdnje da je binarni sistem razvijen mnogo pre Lajbnica, mada bez osecaja za njegovu prakticnu vrednost:

The Binary System Was Created Long Before Leibniz

"Though it is frequently stated that binary numeration was first formally proposed by Leibniz as an illustration of his dualistic philosophy, the mathematical papers of Thomas Harriot (1560–1621) show clearly that Harriot not only experimented with number systems, but also understood clearly the theory and practice of binary numeration nearly a century before Leibniz's time."

<https://cacm.acm.org/blogs/blog-cacm/221749-the-binary-system-was-created-long-before-leibniz/fulltext>

Ne ulazeći detaljnije u istraživanje istorijske dimenzije nastanka i razvoja ideje binarnog brojnog sistema i binarne aritmetike, uključujući i binarnu logiku (mada je to bitno šire pitanje!), ovde se može konstatovati da se koreni nastanka danas dominirajuće tehnologije binarnog digitalnog računara, odnosno njegovih matematičkih osnova u pravom smislu značenja ove konstatacije, mogu bez racionalne sumnje povezati sa šesnaestim i sedamnaestim vekom, uz konstataciju da su ideje koje su nastale u to vreme bile dominantno matematičke, ali uz nesumnjivo prisustvo namere da se kroz matematiku iskažu misaoni procesi koji se povezuju sa ljudskim mozgom i njegovim intelektom. U narednim vekovima, te ideje su razvijane i oplemenjivane tehnologijom, do takvih razmera da su u drugoj polovini dvadesetog veka, kada je nastao odgovarajući društveni konteskt, ishodovale pojavom verovatno najveće inovacije koju je osmislio ljudski rod u svojoj dugoj liniji tehnoloških inovacija – digitalni kompjuter. Digitalni kompjuter u obliku kakvog ga danas poznajemo nije samo tehnološki fenomen. On je pre svega društveni fenomen, transformativna tehnologija koja je iz korena izmenila našu civilizaciju i uvela je u, to se slobodno može konstatovati, drugu kognitivnu revoluciju (prva kognitivna revolucija je antropološka kategorija koja se vezuje za posebnu razvojnu fazu hominida kroz koju je oblikovan rod homosapijensa).

===

Pored binarnih, u pionirskoj fazi razvoja kompjutera korisceni su i ternarni sistemi. Ternarni sistemi su deo jednog šireg razvojnog koncepta koji dominantno počiva u razvoju logike kao naučne i filozofske discipline (takodje i teorije skupova, kao matematičke discipline). Taj razvojni koncept odnosi se na proširenje tradicionalnih koncepta kategoričke binarne logike na koncept polivalentne i konačno intervalne logike. Ekstremni oblik tog novog koncepta je verovatno sadržan u konceptu Fazi logike i fazi skupova, koja vrednosne ishode logičkih relacija iz binarnog okvira prevodi u intervalni okvir, kontinualni prostor izmedju dva ekstrema ishoda neke tvrdnje: kategorička istina i kategorična laž, jedinica ili nula, kategorički pripada skupu ili kategorički ne pripada skupu .

The Setun Computer

Setun was named after the Setun River, which ends near Moscow University.

[December 29, 2014](#)

Last week I gave a talk at [QEC Zurich](#), for which I had decided to speak about the potential of quantum computers built from d-level quantum systems. When preparing for the talk I discovered that not all conventional computers have used binary logic. In 1958, the first Setun computer was built at Moscow State University using ternary, or 3 state, logic. I was fascinated by this curiosity of computing, and so decided to kick off my talk with a brief mention of it. Here I'll say a bit more about it, but really I want to invite any knowledgeable readers to tell me more about Setun! I've found some sources in English, but the vast majority of the literature is in Russian.



"Снимок Сетунь". Licensed under Public Domain via [Wikimedia Commons](#).

Above is Setun's exterior. Under the hood, it represented numbers in **balanced ternary logic**. Each possible value is best labelled as 0,1 or -1. Given a string of such numbers

$$\{a_n, a_{n-1}, \dots, a_2, a_1\},$$

they would represent a number

$$x = \sum_{k=1}^n 3^k a_k.$$

For example, the numbers from -5 to 5 are represented as:

x	$\{ a_2, a_1, a_0 \}$
-5	$\{ -1, 1, 1 \}$
-4	$\{ 0, -1, -1 \}$
-3	$\{ 0, -1, 0 \}$
-2	$\{ 0, -1, 1 \}$
-1	$\{ 0, 0, -1 \}$
0	$\{ 0, 0, 0 \}$
1	$\{ 0, 0, 1 \}$
2	$\{ 0, 1, -1 \}$
3	$\{ 0, 1, 0 \}$
4	$\{ 0, 1, 1 \}$
5	$\{ 1, -1, -1 \}$

Unlike in binary, negative numbers are naturally captured by this system without an ad hoc prefix for the sign. Many basic arithmetical operations are particularly simple. Rounding of a number to leading significant figures can be achieved by just truncating a sequence, whereas binary rounding potentially depends on the whole sequence of bits. In *The Art of Computing*, Donald Knuth gives a fantastic survey of different number systems, and was so enamored with balanced ternary that he said it is "perhaps the prettiest number system".

The development of Setun was lead by Sergei Sobolev and Nikolay Brusentsov. Sobolev was a mathematician of considerable renown and influence within the Soveit union who was in the 1950s the head of computational mathematics in Moscow State University. Brusentsov was a younger engineer keen to get his teeth into modern computing, and recalling his first meeting with Sobolev said,

When I first came to Sergei Sobolev's office, it seemed as if I was enveloped in sunlight – his face looked that kind and open. We hit it off immediately and I will be forever grateful to providence for leading me to this remarkable man, a bright mathematician and knowledgeable scientist, one of the first people who understood the significance of computers.

Together they conceived built a research team and conceived the initial design. Though Sobolev was pivotal in getting the project of the ground, Brusentsov stayed committed to Setun as Sobolev's attention became diverted. Brunsentov recalled,

Sobolev was the heart and soul of this project. Unfortunately, his participation in our creative work ended in the early 1960s when he moved to Novosibirsk. All of his later involvement revolved around perpetual fighting with bureaucrats for the right to do the work we believed in.

Whereas, it seems Setun really became Brusentsov's life long passion. Later in life he continued to write papers on Setun and ternary computing, until he passed away just several weeks ago.



Nikolay Brusentsov
7 February 1925 – 4 December 2014

The decision to work in ternary came earlier, and it is claimed the elegance of the number system allowed them to achieve the equivalent computing power with fewer components. At the time, transistors were not yet available and vacuum tubes were too large for a compact computer. Therefore, the decision was made to build it using magnetic cores and diodes. The first Setun was a success and they went on to build 50 such machines. However, it was always a university project, not fully endorsed by the Soviet government, and viewed suspiciously by factory management. Despite requests from abroad for Setuns to be exported, the orders were not met. Against these obstacles the Setun fizzled out, and Brusentsov's group was moved to offices in a hostel! At least, this is the picture painted by the few sources I've found and read. The story is of a ingenious computing architecture that was simply the Betamax of its time. The accuracy of this narrative is hard to judge. I suppose the interesting question is how a modern ternary computer would compete or even excel against its binary contemporaries. Or even, how a quantum computer would fare by going beyond the conventional qubit paradigm.

sources:

Malinovsky, [Pioneers of Soviet Computing](#)

[Russian Virtual Computer Museum](#)

Donald Knuth, The Art of Computing

datadensity

<https://hackaday.com/2016/12/16/building-the-first-ternary-microprocessor/>

<https://www.youtube.com/watch?v=EbJMtJq20NY&t=861s>

Dalje se razmatraju različiti **systemi kodiranja brojeva i simbola** (slova i drugi standardni simboli) korišćenjem grupe binarnih brojeva, odnosno binarnih grupa različite veličine.

a1.1.2 Binarno kodirani decimalni brojevi – BCD

U komunikaciji čoveka sa računarom ili mehatronskim sistemom pojavljuje se zahtev izgradnje mešovitih sistema kodiranja, konkretno kombinacije decimalnog i binarnog sistema kodiranja (kompromis između tehničkih zahteva digitalnog računara i ustaljene prakse decimalnog sistema u kome funkcioniše čovek). Mešoviti numerički sistemi sadrže binarno kodirane decimalne cifre i zato se skraćeno nazivaju BCD (*Binary Coded Decimal*). Kod izbora odgovarajućeg BCD sistema, neophodno je, pored zahteva za lakim obavljanjem aritmetičkih i drugih računarskih operacija, obezbediti lako otkrivanje i korigovanje grešaka.

Pošto u decimalnom sistemu postoji ukupno deset cifara, za njihovo kodiranje je neophodno raspolagati sa 10 binarnih grupa. Svaka od ovih grupa mora sadržati najmanje 4 binarne cifre, odnosno binarne grupe koje se nazivaju tetrade. Sa četiri binarne cifre se može formirati ukupno 16 različitih tetrada u jednom binarnom sistemu, što je dovoljno za kodiranje 10 decimalnih cifara. Formiranje tetrada, odnosno formiranje binarnog sistema je kombinatorni problem koji ima ekstremno veliki broj rešenja. Ipak, u praksi se koristi mali broj ovih sistema, od kojih će u ovom kursu biti razmatrana samo dva: BCD kod 8421 i Gray-ov ciklični binarni kod.

DE	BCD kod 8421	Gray-ov kod
0	0000	0000
1	0001	0001
2	0010	0011
3	0011	0010
4	0100	0110
5	0101	0111
6	0110	0101
7	0111	0100
8	1000	1100
9	1001	1101
A	1010	1111
B	1011	1110
C	1100	1010
D	1101	1011
E	1110	1001
F	1111	1000

Binarno kodirani decimalni sistem BCD 8421 odlikuje se time što se njegove tetrade u potpunosti podudaraju sa prirodnim binarnim brojevima. Otuda se decimalni ekvivalent binarnih tetrada može naći pomoću formule (3) – ovaj kod ima pozicioni karakter.

BCD sistemi se odlikuju jednostavnim postupkom u primeni. Na primer:

$$593_{10} = 0101\ 1001\ 0011_{\text{BCD}}$$

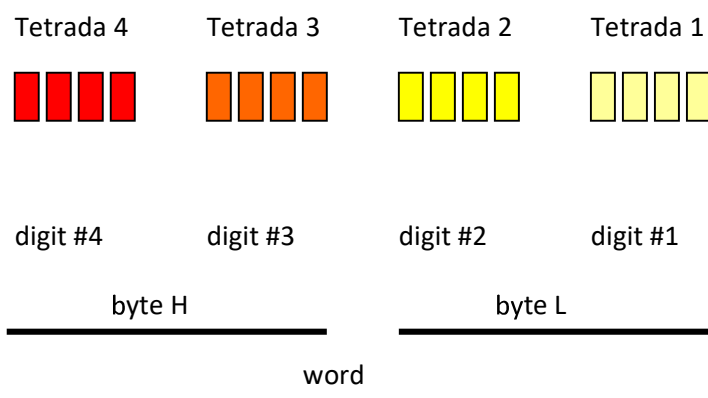
Dekodiranje je takodje vrlo jednostavno:

$$1001\ 0101\ 1000\ 0010_{\text{BCD}} = 9582_{10}$$

Karakteristično je da se kod binarno/heksadecimalne konverzije takodje mogu primeniti tetrade, pri čemu su u ovom slučaju sve tetrade (njih 16) iskorišćene za kodiranje 16 cifara heksadecimalnog numeričkog sistema (0 – F).

U praksi se tetrada često naziva digit (ponekad i *nibble*) – binarna grupa od 4 binarne cifre (A digit is a symbol (a number symbol, e.g. "3" or "7") used in numerals (combinations of symbols, e.g. "37"), to represent numbers (integers or real numbers) in positional numeral systems. The name "digit" comes from the fact that the 10 digits (ancient Latin *digita* meaning fingers) of the hands correspond to the 10 symbols of the common base 10 number system, i.e. the decimal (ancient Latin adjective *dec.* meaning ten) digits.). Dva digita formiraju binarnu grupu od 8 cifara koja se naziva bajt (*byte*). The term byte was coined by Dr. Werner Buchholz in July 1956, during the early design phase for the IBM Stretch computer. It is a respelling of bite to avoid accidental mutation to bit. Kod većine digitalnih uređaja, bajt predstavlja osnovni adresabilni kvant informacija, pre svega zbog toga što bajt poseduje potrebna reprezentativna svojstva za rad sa slovnim i nekim drugim standardnim oznakama (rad sa tekstom).

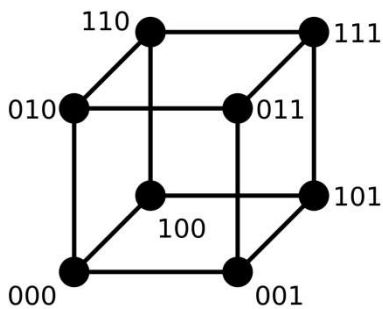
Dva bajta formiraju binarnu grupu od 16 cifara koja se naziva reč (*word*), pri čemu se prvi bajt naziva 'niži bajt' (*byte L*) dok drugi bajt nosi naziv 'viši bajt' (*byte H*).



A **bit** or **binary digit** is the basic unit of information in computing and telecommunications; it is the amount of information that can be stored by a digital device or other physical system that can usually exist in only two distinct states. Claude E. Shannon first used the word bit in his seminal 1948 paper A Mathematical Theory of Communication. He attributed its origin to John W. Tukey, who had written a Bell Labs memo on 9 January 1947 in which he contracted "binary digit" to simply "bit".

Gray-ov kod se razlikuje od BCD 8421 koda po tome što je susednost decimalnih cifara zadržana i kod njihovog binarnog koda – logički susedan kod. Logička susednost ovde znači da razlika između dve susedne cifre (fizička susednost) postoji samo u jednoj cifri koda odnosno, da se isključivo promenom na jednoj poziciji kodira susedna cifra. Logička susednost odgovara Hamingovoj distanci

$d_H = 1$. Hamingova distanca u opštem smislu koristi se kao operator kojim se identifikuje razlika između dva stringa (string, odnosno lančić, je sekvencijalni niz slova neke azbuke). U binarnom sistemu Hamingova distanca se izračunava primenom ekskluzivne Ili operacije nad stringovima koji se porede i prebrojavanjem jedinica u dobijenom rezultatu. Hamingova distanca Gray-ovog koda je konstantna. Prirodni binarni kod ima promenljivu Hamingovu distancu. Ovo svojstvo Gray-ovog koda je vrlo bitno za praktičnu primenu kod nekih digitalnih modula i biće kasnije detaljnije razmatrano.



3-bit binarna kocka za pronalaženje Hamingove distance

*(The Hamming distance is named after Richard Hamming, who introduced it in his fundamental paper on Hamming codes Error detecting and error correcting codes in 1950. It is used in telecommunication to count the number of flipped bits in a fixed-length binary word as an estimate of error, and therefore is sometimes called the **signal distance**.)*

U procesu razmene informacija, tetrade se prenose kroz komunikacione kanale i tada je moguća pojava greške. U cilju prepoznavanja i korigovanja greške neophodno je sprovesti odgovarajuću kontrolu kodnih grupa.

Osnovni pristup koji se koristi u praksi polazi od toga da se pretpostavlja mala verovatnoća istovremene pojave greške na više od jednog znaka. U tom kontekstu, jednostavan način prepoznavanja postojanja greške se može postići ako se kodna grupa proširi za jedno mesto u koje će se unositi kontrolni bit. Jednostavna kontrola se može ostvariti prebrojavanjem bitova u tetradi i utvrđivanjem parnosti tog broja. Tako, ukoliko se proverava parnost jedinica, onda se u slučaju parnog broja na mesto kontrolnog bita unosi vrednost 0 u suprotnom, na ovom mestu se upisuje 1. Kontrolni bit se postavlja na najvišu poziciju. Pored ovog, postoje i drugi sistemi provere ispravnosti kodiranja, odnosno prepoznavanja i korigovanja grešaka.

Classification of binary codes

The binary codes are broadly categorized into following four categories.

- Weighted Codes
- Non-Weighted Codes
- Binary Coded Decimal Code
- Alphanumeric Codes
- Error Detecting Codes
- Error Correcting Codes

Binarne grupe se formalno posmatraju i kao **binarni vektori** ili **binarni stringovi**. Ukoliko su višedimenzione, binarne grupe predstavljaju binarna polja. Binarna polja, u opštem slučaju su nosioci binarno kodiranih podataka i predstavljaju osnovni formalizam pomoću kojeg se modeliraju leksičke strukture, azbuke, gramatike i u najširem smislu, informacione mašine – teorija automata.

a1.1.3 Alfaniumerički kodovi – ASCII kod

U praksi se pored numeričkih vrednosti često pojavljuje potreba rada sa brojnim, slovnim i grafičkim simbolima, odnosno sa takozvanim 'alfanumeričkim karakterima'. Polazeći od opšteg koncepta pozicionog BCD kodiranja decimalnih cifara, moguće je kodirati i nedecimalne simbole. Ali, povećanjem broja simbola/karaktera koji se kodiraju binarno, neophodno je povećati i veličinu binarnih grupa koje se za to koriste. Ovi kodovi se najčešće koriste za prenos informacija između mikroprocesora i perifernih uređaja, uključujući i takozvane HMI uređaje, odnosno Human-Machine Interface, ili Čovek-Mašina Interfejs.

Formiranje ovakvih kodova je trivijalan zadatak. Izazov je u prihvatanju koda od velikog broja različitih korisnika, odnosno pitanje univerzalnosti. Put ka tome je standardizacija i uticaj različitih autoriteta, posebno državnih tela za standardizaciju.

Za praksu je posebno značajan Američki standardni kod za razmenu informacija odnosno, ASCII (*American Standard Code for Information Interchange*), koji se najčešće nalazi u upotrebi kod savremenih računarskih sistema. Globalna univerzalnost i opšta zastupljenost ASCII koda je pre svega posledica tradicije. Binarne grupe ASCII koda su formirane od 7 bitova, tako da je moguće formirati ukupno 128 kodnih slogova. Kodne slogove čine niža grupa (4 bita) i viša grupa (3 bita). Sa ovih 128 kodnih slogova kodiraju se sve cifre decimalnog numeričkog sistema, mala i velika slova abecede, znaci interpukcije, specijalni simboli, skraćenice, matematički i grafički simboli. Na primer, simbol 'A' je kodiran sa $100\ 0001_b$, odnosno 41_{BDC} , dok je simbol 'a' kodiran sa $110\ 0001_b$, odnosno, 61_{BDC} , itd. Tabela u kojoj su navedeni svi kodovi ASCII koda naziva se kodna strana.

USASCII code chart

Bits					Column										
b ₇	b ₆	b ₅	b ₄	b ₃	b ₂	b ₁	b ₀	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	NUL	DLE	SP	@	P	\	p	
0	0	0	1	1	1	1	1	SOH	DC1	!	1	A	Q	a	q
0	0	1	0	2	2	2	2	STX	DC2	"	2	B	R	b	r
0	0	1	1	3	3	3	3	ETX	DC3	#	3	C	S	c	s
0	1	0	0	4	4	4	4	EOT	DC4	\$	4	D	T	d	t
0	1	0	1	5	5	5	5	ENQ	NAK	%	5	E	U	e	u
0	1	1	0	6	6	6	6	ACK	SYN	&	6	F	V	f	v
0	1	1	1	7	7	7	7	BEL	ETB	'	7	G	W	g	w
1	0	0	0	8	8	8	8	BS	CAN	(8	H	X	h	x
1	0	0	1	9	9	9	9	HT	EM)	9	I	Y	i	y
1	0	1	0	10	10	10	10	LF	SUB	*	:	J	Z	j	z
1	0	1	1	11	11	11	11	VT	ESC	+	;	K	[k	{
1	1	0	0	12	12	12	12	FF	FS	.	<	L	\	l	
1	1	0	1	13	13	13	13	CR	GS	-	=	M]	m	}
1	1	1	0	14	14	14	14	SO	RS	.	>	N	^	n	~
1	1	1	1	15	15	15	15	SI	US	/	?	O	_	o	DEL

Navedena US ASCII tabela je originalna tabela iz 1968. godine koja je sadržana u odgovarajućem standardu izdatog od strane *American National Standards Institute*. Prva 32 karaktera su takozvani neprintabilni karakteri i oni imaju kontrolnu funkciju. Neki od njih su danas nepotrebni u savremenim digitalnim sistemima i prosto predstavljaju relikv jedne stare tehnologije koja se više ne primenjuje u praksi (ovaj kod je originalno razvijen za teleprintersku razmenu podataka). Većina i dalje ima svoju jasnu upotrebnu vrednost. Tako na primer, karakter 10 je kontrolni karakter LF (*LineFeed*) koji je rezervisan za funkciju pomeranja papira u štampaču za jednu liniju. Karakter 8, odnosno BS je *BackSpace* karakter, takodje kontrolnog tipa koji pomera poziciju glave štampača ili kurzora na monitoru za jednu poziciju unazad u okviru iste linije (reda). Ostali karakteri spadaju u grupu printabilnih karaktera.

Naredna tabela je takodje ASCII tabela koja je sadržajnija u odnosu na prethodnu, jer pored decimalnog, daje heksadecimalni, oktalni i HTML (HyperText Markup Language razvijen za potrebe izrade web stranica na Internetu) zapis ACSII karaktera. Slovo A se tako u HTML formatu zapisuje kao `A` a heksadecimalno kao 41.

Dec	Hx	Oct	Char	Dec	Hx	Oct	Html	Chr	Dec	Hx	Oct	Html	Chr	Dec	Hx	Oct	Html	Chr
0	0	000	NUL (null)	32	20	040	<code>&#32;</code>	Space	64	40	100	<code>&#64;</code>	@	96	60	140	<code>&#96;</code>	`
1	1	001	SOH (start of heading)	33	21	041	<code>&#33;</code>	!	65	41	101	<code>&#65;</code>	A	97	61	141	<code>&#97;</code>	a
2	2	002	STX (start of text)	34	22	042	<code>&#34;</code>	"	66	42	102	<code>&#66;</code>	B	98	62	142	<code>&#98;</code>	b
3	3	003	ETX (end of text)	35	23	043	<code>&#35;</code>	#	67	43	103	<code>&#67;</code>	C	99	63	143	<code>&#99;</code>	c
4	4	004	EOT (end of transmission)	36	24	044	<code>&#36;</code>	\$	68	44	104	<code>&#68;</code>	D	100	64	144	<code>&#100;</code>	d
5	5	005	ENQ (enquiry)	37	25	045	<code>&#37;</code>	%	69	45	105	<code>&#69;</code>	E	101	65	145	<code>&#101;</code>	e
6	6	006	ACK (acknowledge)	38	26	046	<code>&#38;</code>	&	70	46	106	<code>&#70;</code>	F	102	66	146	<code>&#102;</code>	f
7	7	007	BEL (bell)	39	27	047	<code>&#39;</code>	'	71	47	107	<code>&#71;</code>	G	103	67	147	<code>&#103;</code>	g
8	8	010	BS (backspace)	40	28	050	<code>&#40;</code>	(72	48	110	<code>&#72;</code>	H	104	68	150	<code>&#104;</code>	h
9	9	011	TAB (horizontal tab)	41	29	051	<code>&#41;</code>)	73	49	111	<code>&#73;</code>	I	105	69	151	<code>&#105;</code>	i
10	A	012	LF (NL line feed, new line)	42	2A	052	<code>&#42;</code>	*	74	4A	112	<code>&#74;</code>	J	106	6A	152	<code>&#106;</code>	j
11	B	013	VT (vertical tab)	43	2B	053	<code>&#43;</code>	+	75	4B	113	<code>&#75;</code>	K	107	6B	153	<code>&#107;</code>	k
12	C	014	FF (NP form feed, new page)	44	2C	054	<code>&#44;</code>	,	76	4C	114	<code>&#76;</code>	L	108	6C	154	<code>&#108;</code>	l
13	D	015	CR (carriage return)	45	2D	055	<code>&#45;</code>	-	77	4D	115	<code>&#77;</code>	M	109	6D	155	<code>&#109;</code>	m
14	E	016	SO (shift out)	46	2E	056	<code>&#46;</code>	.	78	4E	116	<code>&#78;</code>	N	110	6E	156	<code>&#110;</code>	n
15	F	017	SI (shift in)	47	2F	057	<code>&#47;</code>	/	79	4F	117	<code>&#79;</code>	O	111	6F	157	<code>&#111;</code>	o
16	10	020	DLE (data link escape)	48	30	060	<code>&#48;</code>	0	80	50	120	<code>&#80;</code>	P	112	70	160	<code>&#112;</code>	p
17	11	021	DC1 (device control 1)	49	31	061	<code>&#49;</code>	1	81	51	121	<code>&#81;</code>	Q	113	71	161	<code>&#113;</code>	q
18	12	022	DC2 (device control 2)	50	32	062	<code>&#50;</code>	2	82	52	122	<code>&#82;</code>	R	114	72	162	<code>&#114;</code>	r
19	13	023	DC3 (device control 3)	51	33	063	<code>&#51;</code>	3	83	53	123	<code>&#83;</code>	S	115	73	163	<code>&#115;</code>	s
20	14	024	DC4 (device control 4)	52	34	064	<code>&#52;</code>	4	84	54	124	<code>&#84;</code>	T	116	74	164	<code>&#116;</code>	t
21	15	025	NAK (negative acknowledge)	53	35	065	<code>&#53;</code>	5	85	55	125	<code>&#85;</code>	U	117	75	165	<code>&#117;</code>	u
22	16	026	SYN (synchronous idle)	54	36	066	<code>&#54;</code>	6	86	56	126	<code>&#86;</code>	V	118	76	166	<code>&#118;</code>	v
23	17	027	ETB (end of trans. block)	55	37	067	<code>&#55;</code>	7	87	57	127	<code>&#87;</code>	W	119	77	167	<code>&#119;</code>	w
24	18	030	CAN (cancel)	56	38	070	<code>&#56;</code>	8	88	58	130	<code>&#88;</code>	X	120	78	170	<code>&#120;</code>	x
25	19	031	EM (end of medium)	57	39	071	<code>&#57;</code>	9	89	59	131	<code>&#89;</code>	Y	121	79	171	<code>&#121;</code>	y
26	1A	032	SUB (substitute)	58	3A	072	<code>&#58;</code>	:	90	5A	132	<code>&#90;</code>	Z	122	7A	172	<code>&#122;</code>	z
27	1B	033	ESC (escape)	59	3B	073	<code>&#59;</code>	;	91	5B	133	<code>&#91;</code>	[123	7B	173	<code>&#123;</code>	{
28	1C	034	FS (file separator)	60	3C	074	<code>&#60;</code>	<	92	5C	134	<code>&#92;</code>	\	124	7C	174	<code>&#124;</code>	
29	1D	035	GS (group separator)	61	3D	075	<code>&#61;</code>	=	93	5D	135	<code>&#93;</code>]	125	7D	175	<code>&#125;</code>	}
30	1E	036	RS (record separator)	62	3E	076	<code>&#62;</code>	>	94	5E	136	<code>&#94;</code>	^	126	7E	176	<code>&#126;</code>	~
31	1F	037	US (unit separator)	63	3F	077	<code>&#63;</code>	?	95	5F	137	<code>&#95;</code>	_	127	7F	177	<code>&#127;</code>	DEL

Osmi bit, bit na najvišoj poziciji, rezervisan je za prepoznavanje greške u prenosu proverom parnosti. Ovaj bit može da se u određenim situacijama iskoristi za kodiranje alfanumeričkih, matematičkih i grafičkih simbola i tada se dobija proširena ACSII tabela koja sadrži dodatnih 128

kodnih slogova. Ovakav kod ne omogućava proveru greške prenosa. Naredna tabela proširenog ACSII koda je samo jedna od većeg broja verzija skupa kodnih slogova preko 127.

Dodatni skup od 128 kodnih slogova pružio je šansu da se kodiraju i specifična slova nacionalnih azbuka, što je dovelo do razvoja različitih kodnih stranica proširenog ACSII koda. Konfigurisanje, odnosno izbor neke od različitih kodnih stranica, generalno dovodi do konfuzije i pogrešne interpretacije kodiranog sadržaja. Da bi se u toj oblasti uveo red u međunarodnim okvirima, razvijen je standard ISO/IEC 8859 koji sadrži 16 osmobitnih kodnih tabela. Kodna tabela 2 - *Latin-2 Central European* definisana kao ISO/IEC 8859-Part 2 podržava alfanumeričke karaktere većeg broja latiničnih nacionalnih azbuka država Centralne i Istočne Evrope, uključujući i Srbiju. Takodje, za nas je značajna i kodna tabela 5 – *Latin/Cyrilic* definisana kao ISO/IEC 8859-Part 5, koja podržava većinu ćiriličnih azbuka slovenskih zemalja, uključujući i Srbiju. Ali, strogo posmatrano, time problem nije rešen.

Microsoft je za potrebe svog operativnog sistema Windows razvio sopstvenu osmobitnu kodnu tabelu sa oznakom WINDOWS-1252 koja je po svom sadržaju ekvivalent ISO/IEC 8859-15, mada postoje određene nepodudarnosti u kodnim oznakama pojedinih karaktera.

128	Ç	144	É	161	í	177	⌘	193	⌞	209	⌠	225	β	241	±
129	ü	145	⌘	162	ó	178	⌘	194	⌞	210	⌠	226	Γ	242	≥
130	é	146	Æ	163	ù	179		195	⌞	211	⌠	227	π	243	≤
131	â	147	ô	164	ñ	180	†	196	—	212	⌞	228	Σ	244	∫
132	ä	148	ö	165	ñ	181	†	197	†	213	⌞	229	σ	245	∫
133	à	149	ò	166	ª	182	‡	198	‡	214	⌞	230	μ	246	+
134	â	150	û	167	º	183	¶	199	¶	215	⌞	231	τ	247	=
135	ç	151	ù	168	¿	184	¶	200	⌞	216	‡	232	φ	248	°
136	ê	152	—	169	—	185	‡	201	⌞	217	⌞	233	⊙	249	.
137	ë	153	Ö	170	¬	186		202	⌞	218	⌞	234	Ω	250	.
138	è	154	Û	171	½	187	¶	203	⌞	219	■	235	δ	251	√
139	ï	156	£	172	¼	188	¶	204	‡	220	■	236	∞	252	—
140	î	157	¥	173	ı	189	¶	205	=	221	■	237	φ	253	²
141	ı	158	—	174	«	190	¶	206	‡	222	■	238	e	254	■
142	À	159	f	175	»	191	¶	207	±	223	■	239	∩	255	
143	Á	160	á	176	⌘	192	L	208	⌞	224	α	240	≡		

Primer proširenja ASCII tabele.

Rešenje je u povećanju kodne grupe. Zato nove kodne strane izvedene iz sedmobitnog ASCII koda sadrže kodne grupe dužine jedne šesnaestobitne reči, čime je ostvarena mogućnost kodiranja mnogo šireg skupa simbola (uključivanje specifičnih simbola pojedinih nacionalnih azbuka). U tom kontekstu, bitan je UNICODE sistem koji na integralni način razmatra aspekte internacionalizacije i lokalizacije sistema kodiranja i globalnih aspekata računarske komunikacije i prenosa informacija preko Interneta, kao i globalne rasprostranjenosti kompjuterskog softvera i njegove opšte

upotrebljivosti. Aktivnosti na projektu UNICODE datiraju od 1987. godine i sistematski se razvijaju. UNICODE definiše kodni prostor od 1,114,112 kodnih tačaka u intervalu 0hex do 10FFFFhex. Kodna oznaka započinje sa prefiksom U+ a zatim sledi heksadecimalni kod konkretnog simbola u formatu od četiri znaka. UNICODE prostor je podeljen na 17 kodnih ravni od kojih svaka sadrži 65,536 kodnih tačaka, odnosno 256 redova od po 256 kodnih tačaka. Nulta kodna ravan nosi oznaku BMP, naziva se Bazna multilingvalna ravan (*Basic Multilingual Plane*) i zauzima kodni prostor 0000 do FFFF. UTF-8 (8-bit Unicode Transformation Format) je sistem kodiranja razvijen za UNICODE. UNICODE je industrijski standard za razmenu informacija.



Primer:
Slightly Smiling Face
Emoji slightly happy, this is fine
U+1F642