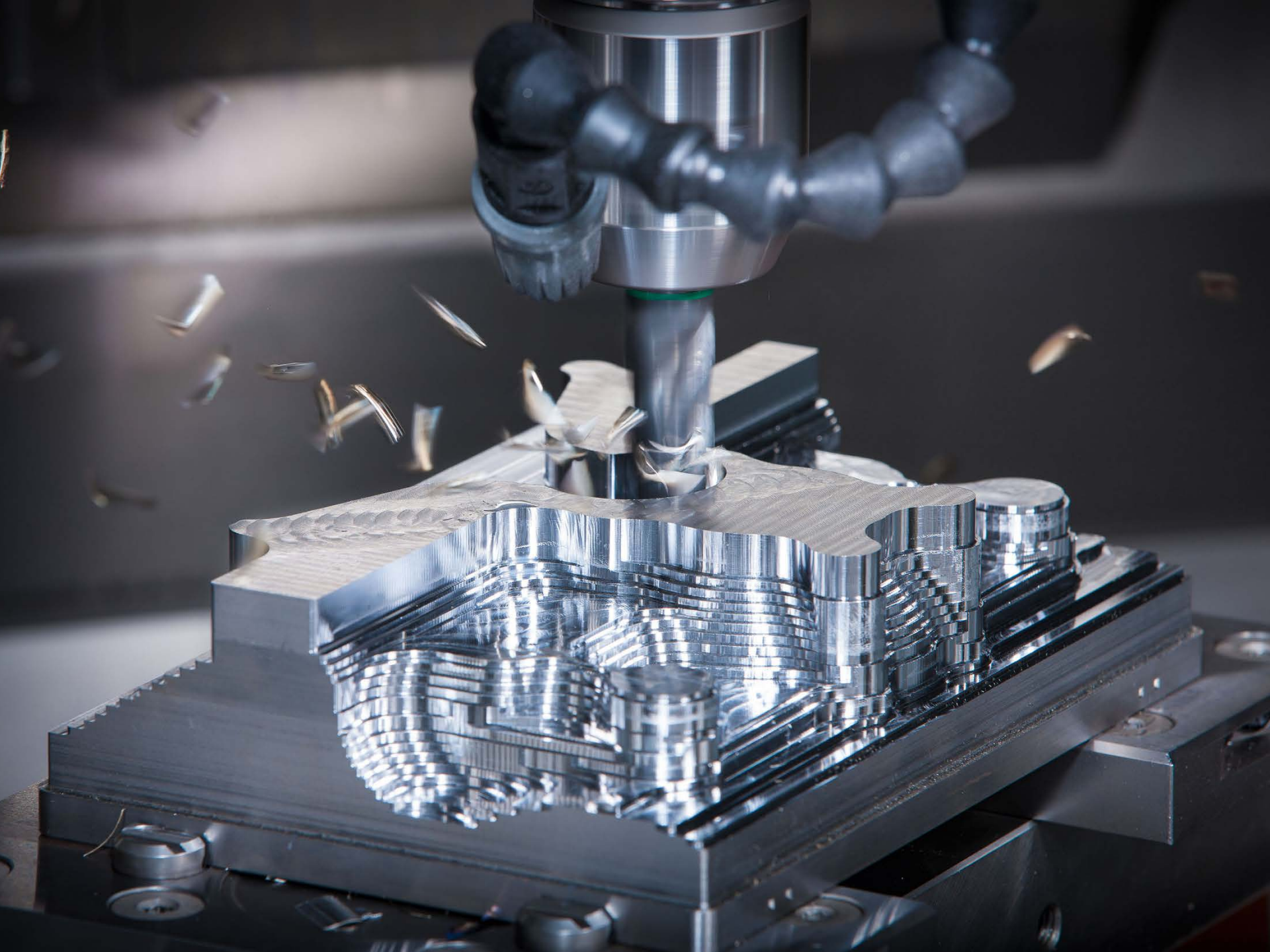


# Dinamički model procesa rezanja



# Samopobudne oscilacije obradnog sistema

Samopobudne oscilacije su karakteristične za proces rezanja.

Samopobudne oscilacije, bez obzira što pogonski sistem ne generiše dinamičku komponentu (skoro idealna kvazistatička pobuda) nastaju zbog postojanja izvora dinamičke pobude u samom procesu rezanja. Zato se te oscilacije nazivaju samopobudnim, jer nisu eksterno generisane već nastaju unutar sistema, odnosno generiše ih sam proces rezanja.

Postoje tri osnovna izvora samopobudnih oscilacija:

- Diskontinuitet procesa - proces formiranja strugotine je diskontinualan;
- Nelinearna priroda trenja;
- Autoregenerativni efekat - proces obrade utiskuje dinamičku komponentu u obradjenu površinu pa u narednom prelazu tlasastost površine koja se obradjuje savršeno koincidira sa spektrom sopstvenih frekvencija obradnog sistema.

Pod dejstvom pogonske sile koja deluje na alat, alat se relativno kreće u odnosu na obradak. To kretanje je ograničeno, odnosno rezni klin alata je u kontaktu sa obratkom. Tokom relativnog ograničenog kretanja, kontaktna sila deformiše obradak, prvo elastično, a zatim, kada intenzitet kontaktne sile predje granicu elastičnosti, pojavljuju se plastične deformacije. U jednom trenutku, plastične deformacije dostižu takav intenzitet da dolazi do pojave prslina i odvajanja materijala obratka, odnosno njegovog klizanja u smicajnoj ravni, čime se formira jedna lamela strugotine. Prelaz iz stanja elastičnosti, u stanje plastičnosti i na kraju, u stanje odvajanja materijala, utiče na intenzitet kontaktne sile, odnosno sile rezanja. Ona dobija promenljiv, kvaziperiodični karakter – postepeno raste od nulte vrednosti do neke maksimalne vrednosti, kada naglo pada na nultu vrednost i zatim se taj ciklus dalje ponavlja.

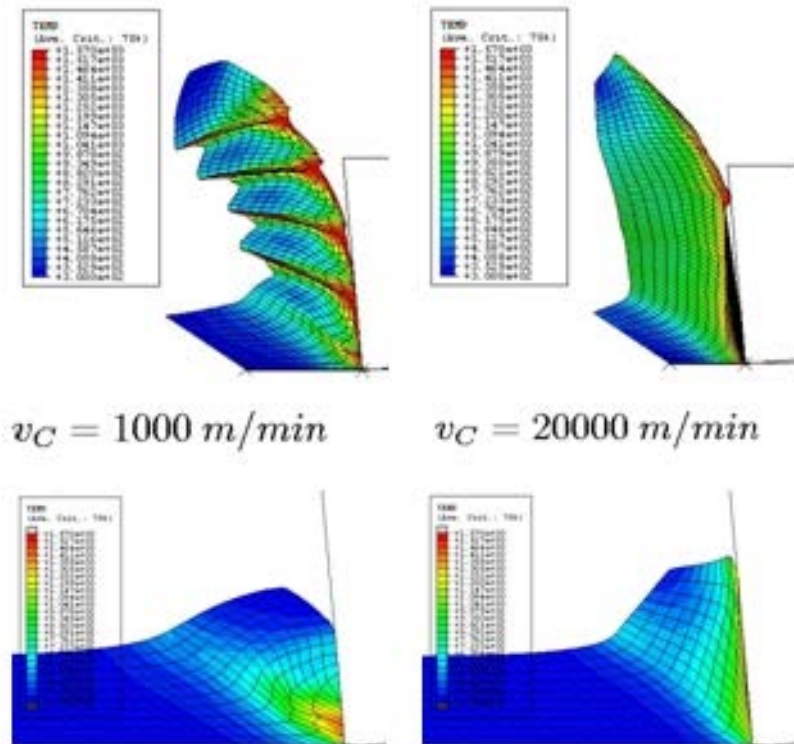
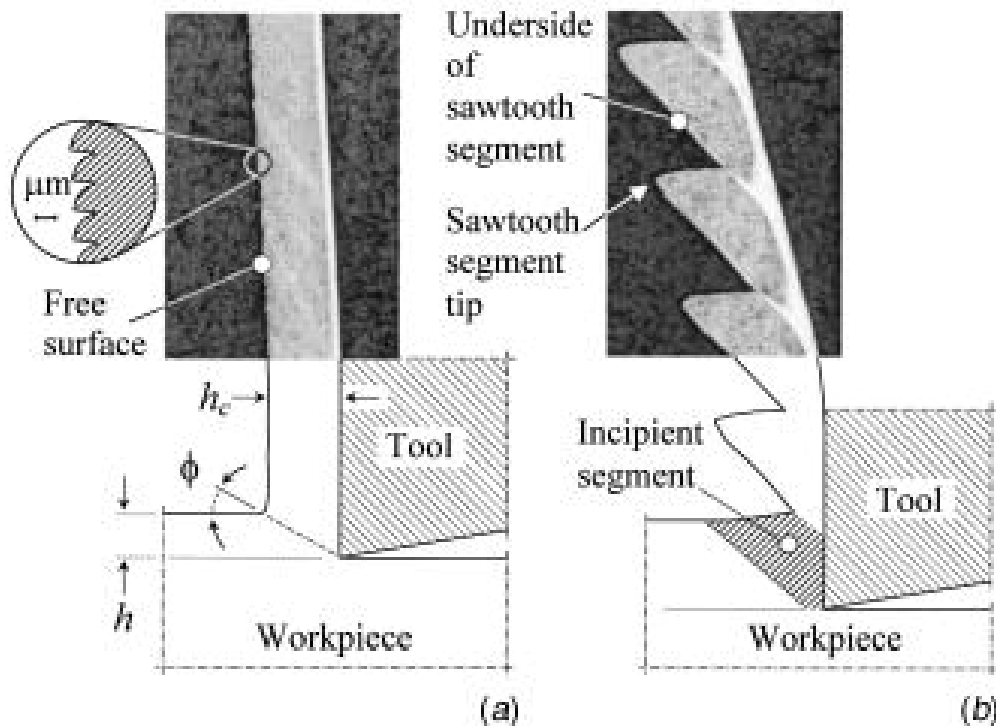
Sušтина je u tome da kretanje reznog klina konstantnom brzinom (brzina rezanja) dovodi do pojave promenljive sile rezanja. Promenljiva sila rezanja dovodi do pojave oscilacija alata – **samopobudne oscilacije**.

Oscilacije alata ostavljaju svoj **trag na obradenoj površini** sa talasastim profilom koji odgovara sopstvenim oscilacijama obradnog sistema na dominantnim (najnižim) frekvencijama.

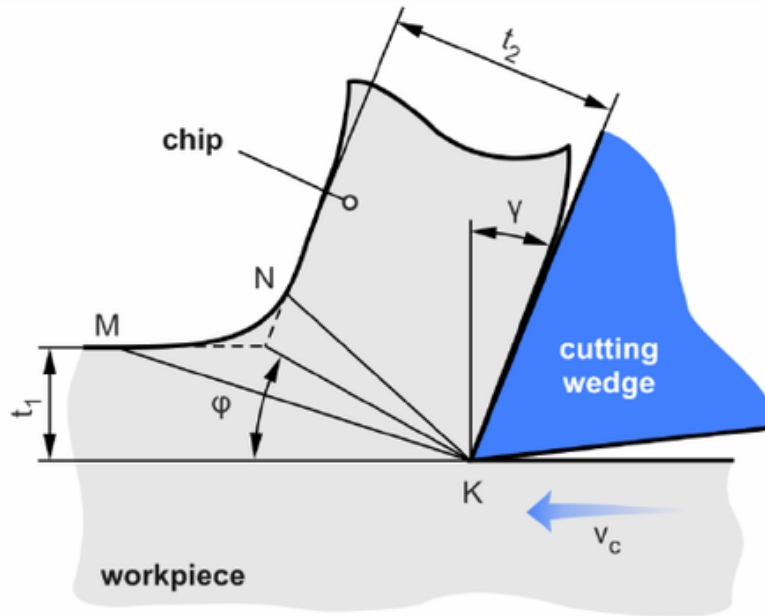
# Mehanizam formiranja strugotine

Vrlo kompleksan proces. Kompletan mehanizam nemoguće modelirati na egzaktan način.

Uticajni faktori: svojstva materijala obratka, geometrija (makro/mikro) alata, režim obrade, mehaničke karakteristike mašine alatke, mehaničke karakteristike obratka (krutost, prigušenje ...)



## Chip formation



$\phi$  : shear plane angle [deg]

$\gamma$  : rake angle [deg]

$t_1$  : uncut chip thickness [mm]

$t_2$  : chip thickness [mm]

$v_c$  : cutting speed [m/s]

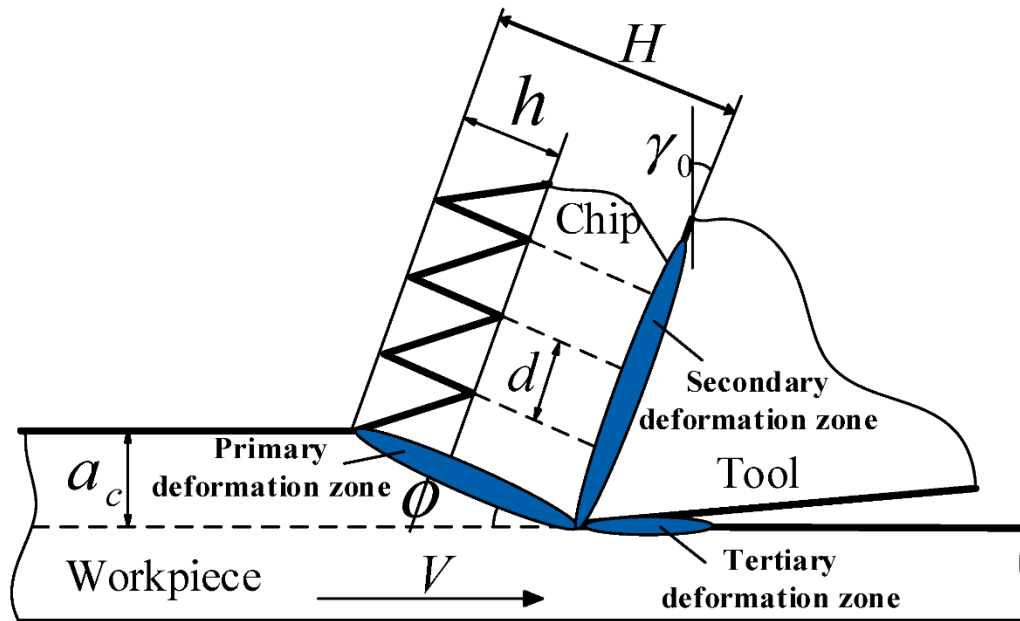
$\Delta y$  : width of cut [mm]

$$\lambda_c = \frac{t_2}{t_1}$$

$$\varepsilon = \frac{1 + \lambda^2 - 2\lambda \sin \gamma}{\lambda \cos \gamma}$$

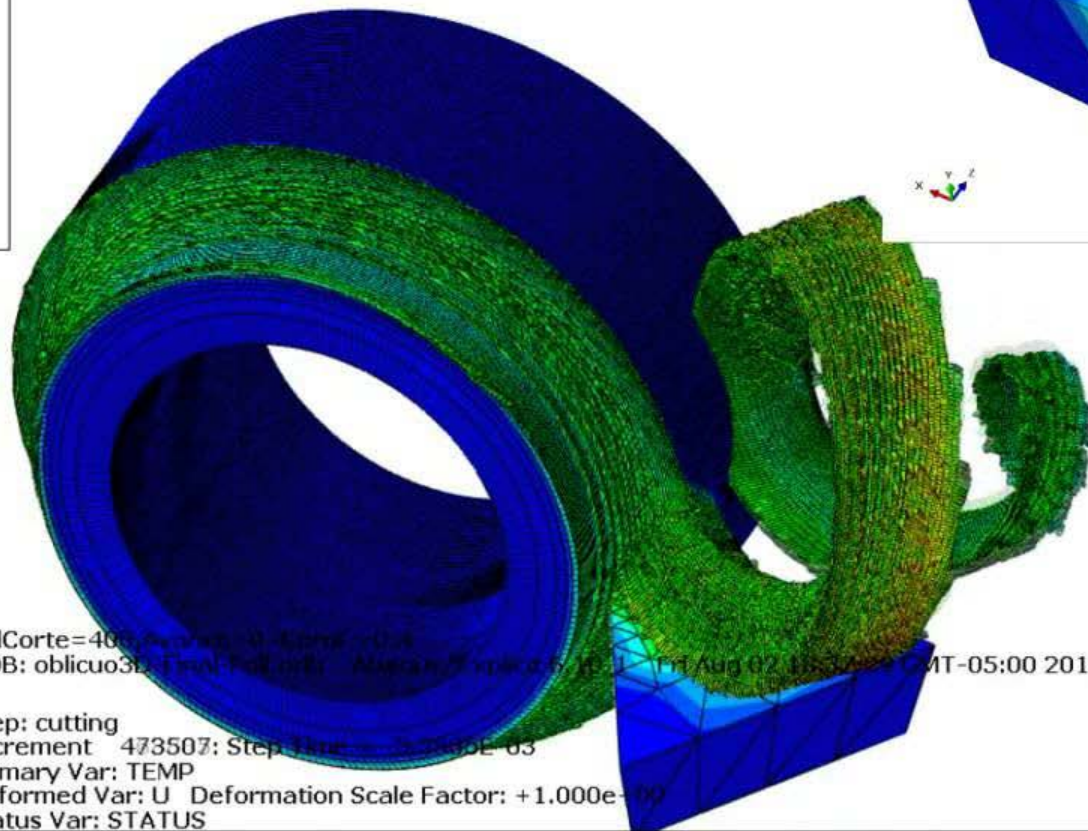
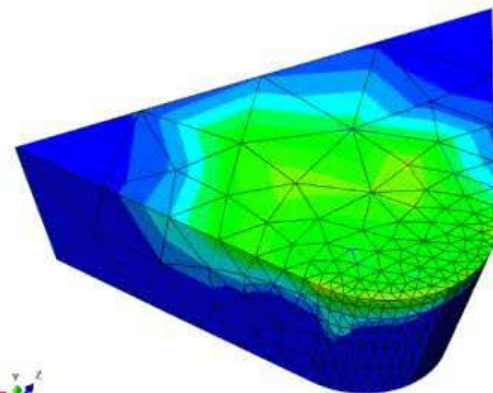
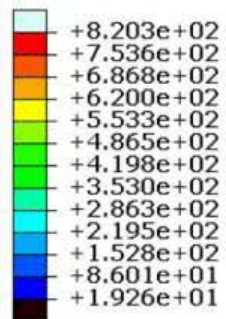
$$\phi_{sp} = \arctan \frac{\cos \gamma}{\lambda - \sin \gamma}$$

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{v_c \cos \gamma}{\cos(\phi_{sp} - \gamma) \Delta y}$$

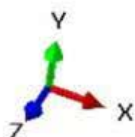




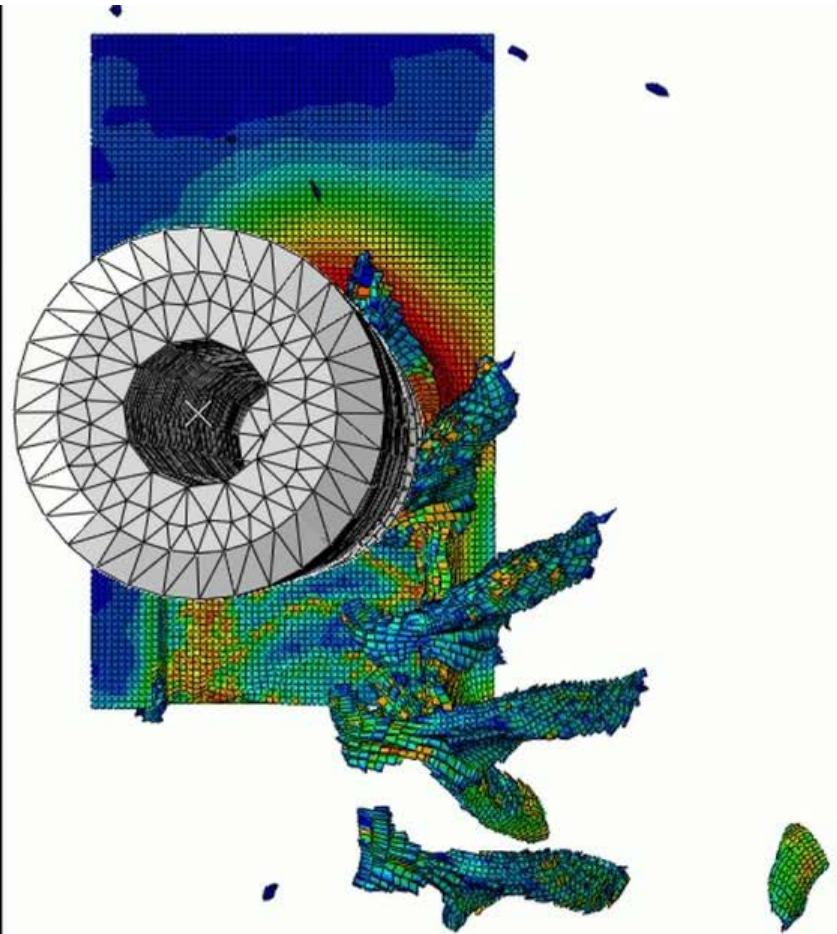
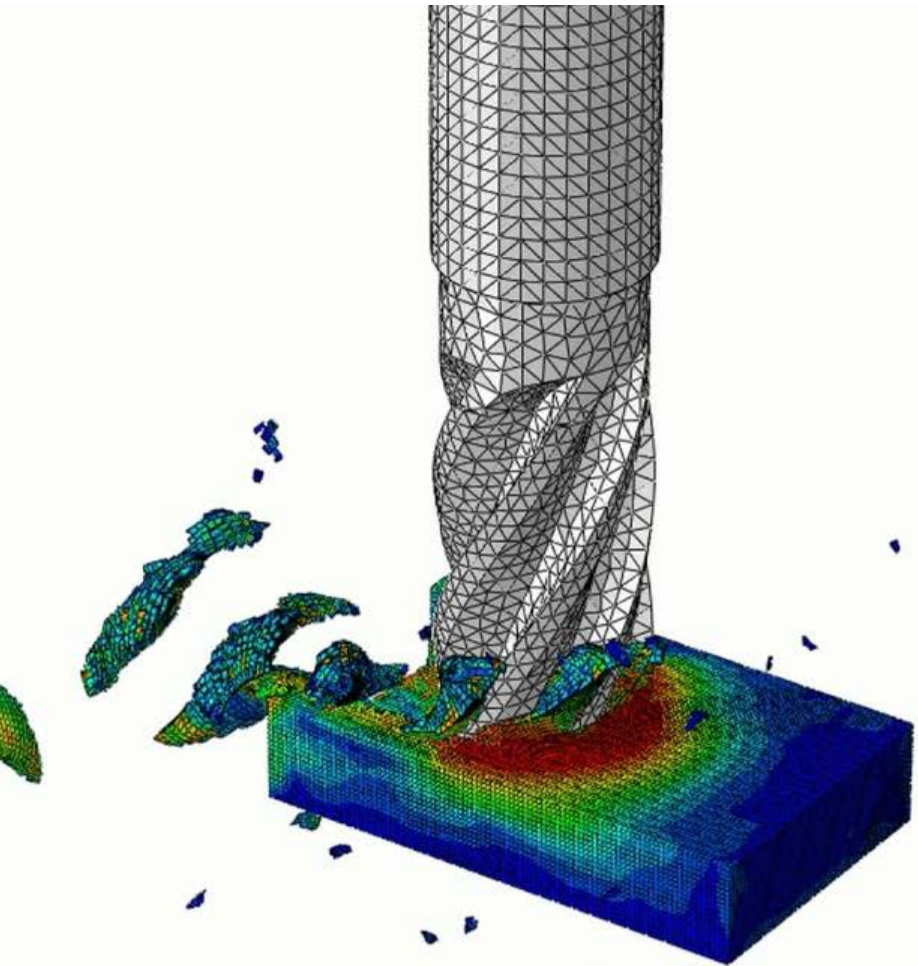
TEMP  
(Avg: 75%)



VelCorte=400 Rev: 0-4-0000-0000  
ODB: oblicuo3D.FemPlot.odb - Ansys Workbench - Fri Aug 02 18:32:09 GMT-05:00 2013

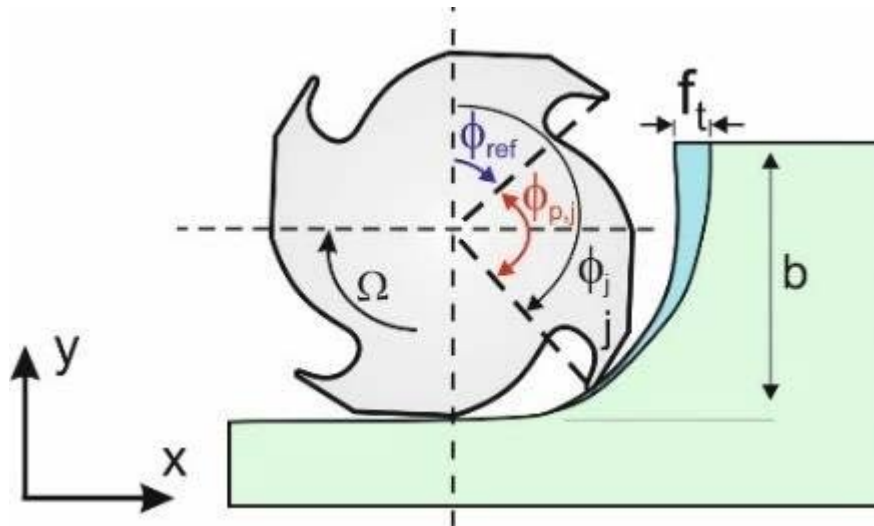


Step: cutting  
Increment 473507; Step Time = 2.285E-03  
Primary Var: TEMP  
Deformed Var: U Deformation Scale Factor: +1.000e+00  
Status Var: STATUS





Diskontinuitet procesa kod glodanja:



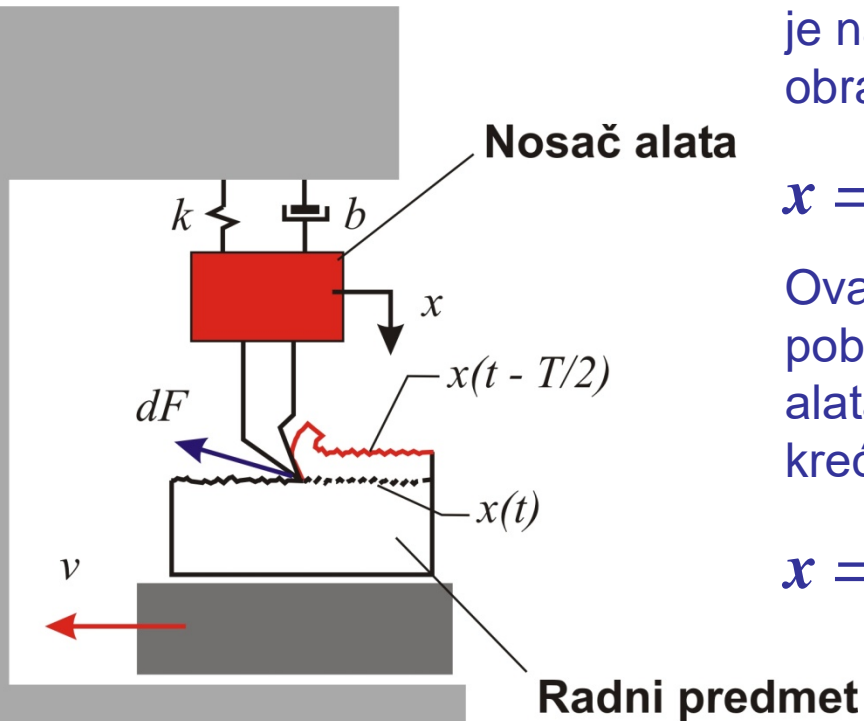
Trag oscilacija alata i obradnog sistema u celini, koji ostaje utisnut u obradjenu površinu u narednom prolazu **stvara dopunsku komponentu pobude obradnog sistema: mašina-alat-obradak.**

Trag oscilacija alata se manifestuje kroz promenljivu dubinu rezanja u narednom prolazu. Promena dubine rezanje direktno utiče na silu rezanja, koja takodje postaje promenljiva.

Suština je u tome što je profil promene dubine periodičnog karaktera sa periodom koja odgovara sopstvenim frekvencijama sistema obradnog sistema. Ovim se stvaraju **uslovi za pojavu rezonanse.**

Specifično stanje obradnog sistema koje nastaje u ovim uslovima naziva se **podrhtavanje (*chatter*).**

# Model INTERAKCIJE mašine alatke, alata i obratka



Obradak ima talasastu površinu koja je nastala u prethodnim fazama obrade ili prethodnom prolazu alata:

$$x = x(t - T/2)$$

Ovakav oblik površine obratka pobudjuje elastični sistem nosača alata tako da vrh alata počinje da se kreće po nekoj vremenskoj funkciji:

$$x = x(t)$$

**Bez obzira na konstantnu brzinu rezanja dolazi do pojave samopobudnih oscilacija sistema (chatter)!!!**

Promenljiva sila rezanja  $dF(t)$  pobudjuje nosač alata koji počinje da osciluje (u ovom slučaju aproksimiran jednomasenim oscilatorom). Dinamički model ovog sistema se može izraziti sledećom relacijom:

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + cx = -dF$$

Odakle se može izvesti jednačina kretanja vrha alata u dva uzastopna prolaza:

Tekući prolaz

$$x(t) = Ae^{\alpha t} \cos(\varpi t),$$

Naredni prolaz

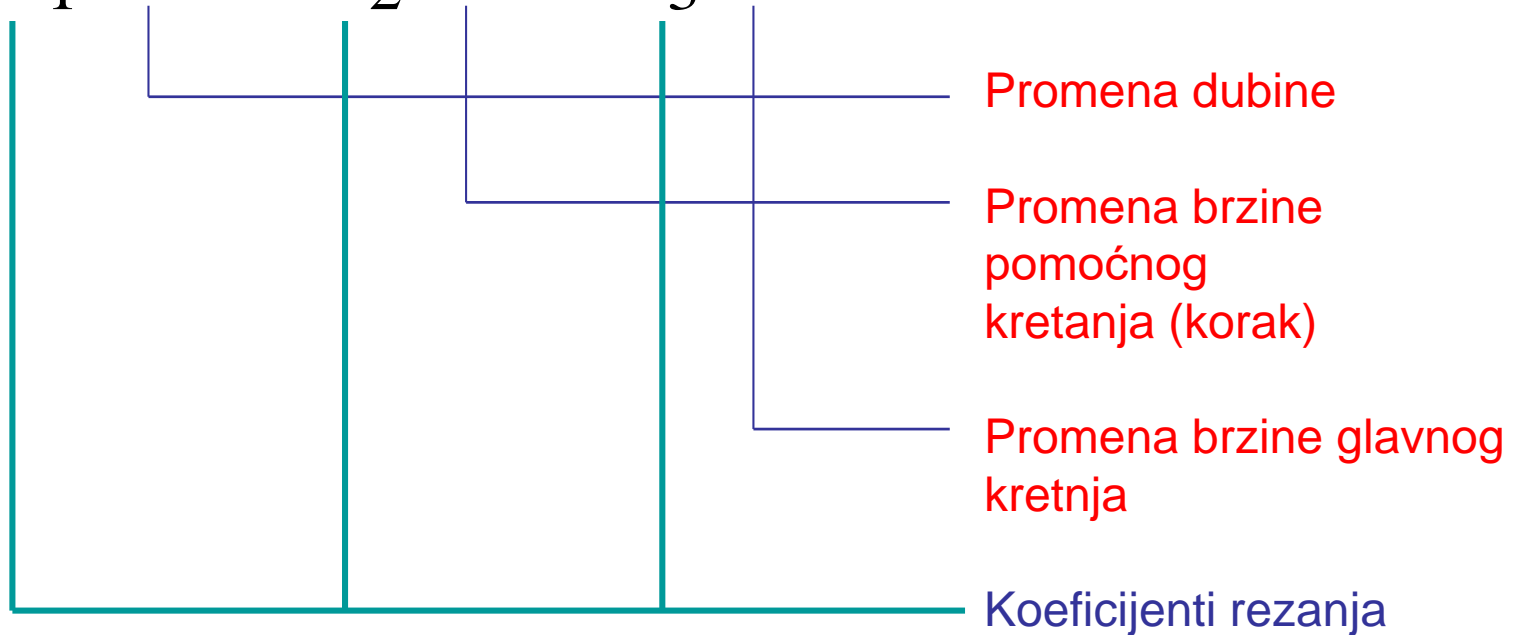
$$x\left(t - \frac{T}{z}\right) = Ae^{\alpha\left(t - \frac{T}{z}\right)} \cos\left[\varpi\left(t - \frac{T}{z}\right)\right]$$



# Dinamička sila rezanja

Promena sile rezanja u opštem slučaju zavisi od promene dubine rezanja, brzine glavnog kretanja i brzine pomoćnog kretanja, što se može predstaviti kao:

$$dF = k_1 d\delta + k_2 ds + k_3 d\Omega$$



# Koeficijenti rezanja

Za odredjivanje koeficijenata rezanja koriste se statički i dinamički uslovi.

**Statički uslovi** izvode se za slučaj ortogonalnog rezanja gde važi  $s_o = \delta_o$ . Stacionarni rad ovog sistema karakterišu:

$$v_o = R\Omega = 2\pi nR = const$$

$$s_o = \frac{\delta_o \Omega}{2\pi} = \delta_o n = const$$

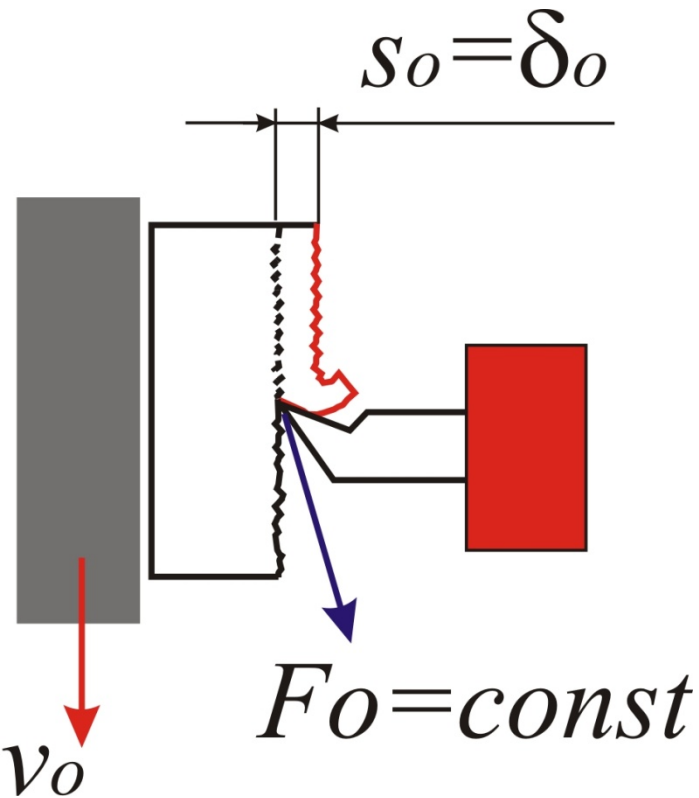
Statički model rezanja:

$$F = F_o = F_o(s_o, \delta_o, v_o) = const$$

$$s = s_o = const$$

$$\delta = \delta_o = const$$

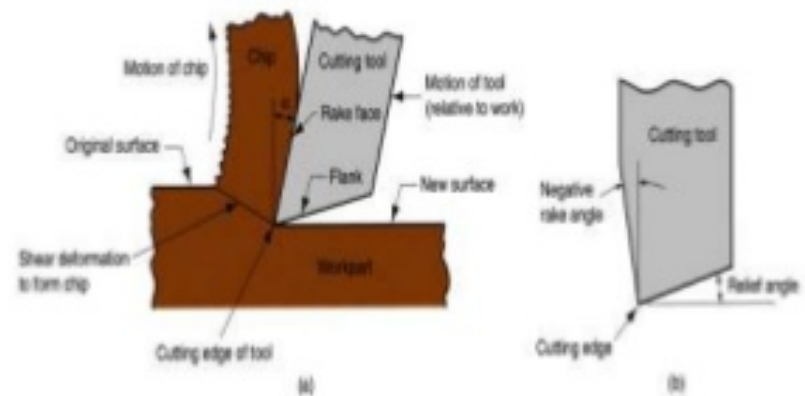
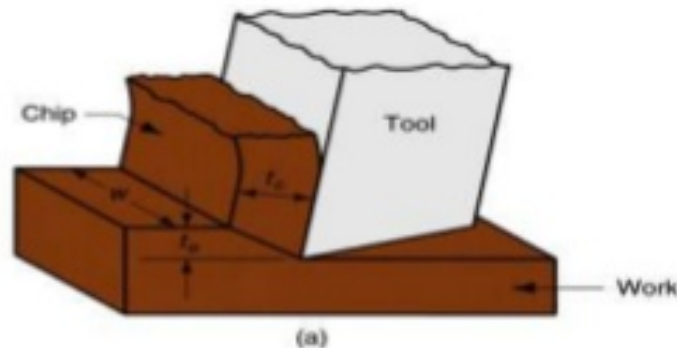
$$v = v_o = const$$

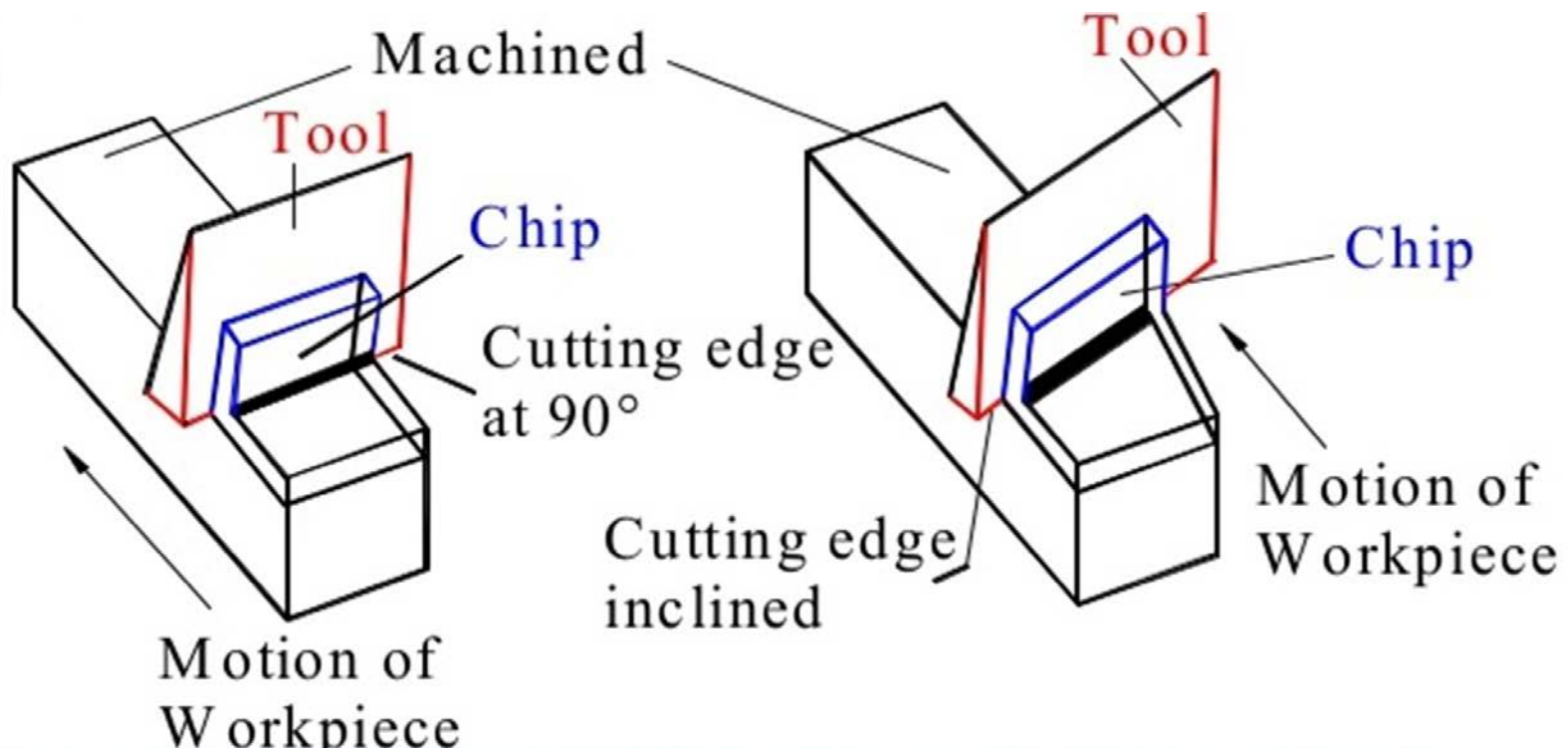


# MECHANICS OF CHIPS FORMATION

## ❑ The orthogonal cutting model

- Simplified 2-D model of machining that describes the mechanics of machining fairly accurately
- In this model wedge-shaped tool's cutting edge is perpendicular to the direction of cutting speed.
- Tool in orthogonal cutting has only two angles
  - Rake angle
  - Clearance angle
- The rake angle determines the direction that the chip follows
- The clearance angle provides a small clearance between tool flank and newly generated work surface.



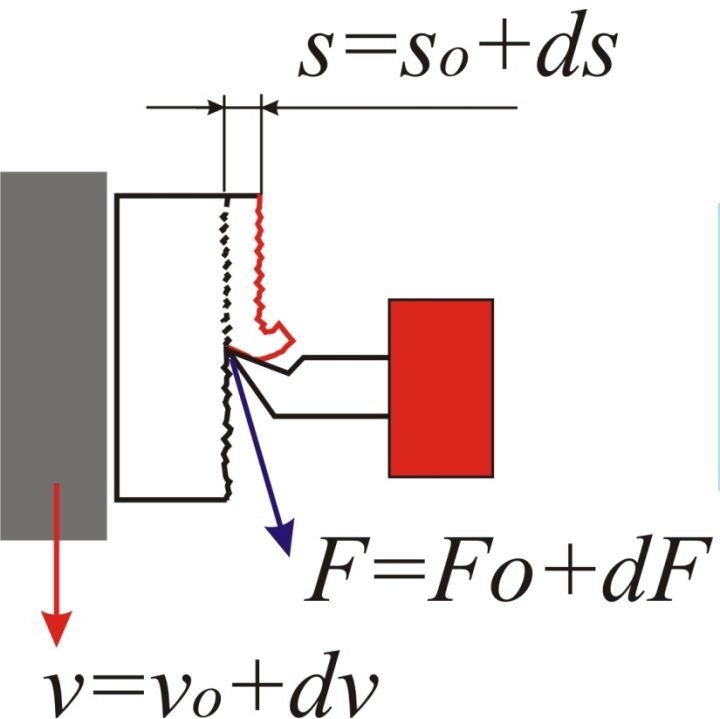


Orthogonal cutting

Oblique cutting



**Dinamički proces rezanja** izazvan promenama dubine, koraka i brzine rezanja, svojstvima materijala i geometrijom reznog klina.



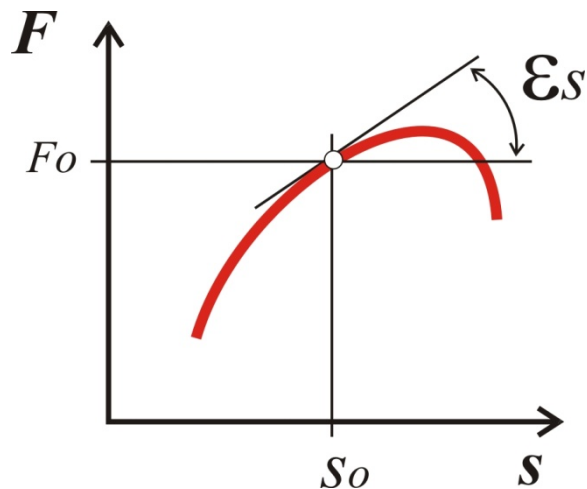
Može se pretpostaviti da važi:

$$dF = k_s ds + k_v dv = k_s ds + k_\Omega d\Omega$$

Za dalje izvodjenje ovog modela potrebno je definisati zavisnost koja postoje imedju sile rezanja i koraka i zavisnost koja postoje izmedju sile rezanja i brzine rezanja.

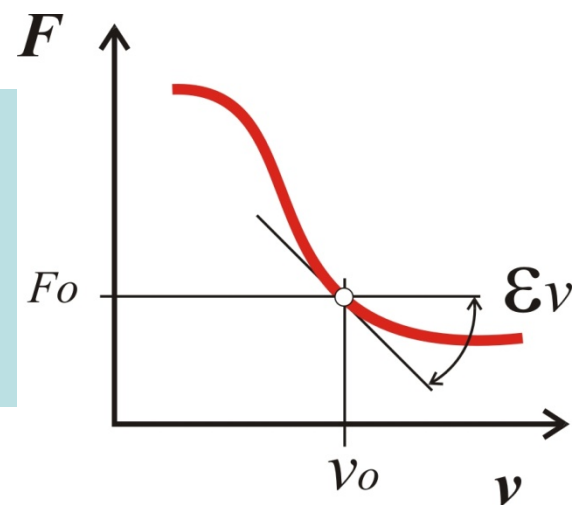
Ove zavisnosti su u opštem slučaju **nelinearne**.

Problem nelinearnosti se rešava u oba slučaja tako što se posmatrane zavisnosti linearizuju oko tačaka statičke ravnoteže so i vo.



$$k_s = \left( \frac{\partial F}{\partial s} \right)_{d\Omega=0} = \operatorname{tg} \epsilon_s$$

$$k_{\Omega} = \left( \frac{\partial F}{\partial \Omega} \right)_{ds=0} = R \left( \frac{\partial F}{\partial v} \right)_{ds=0} = R \operatorname{tg} \epsilon_v$$



Posle odredjenih matematičkih transformacija linearizovanih zavisnosti sila rezanja/dubina rezanja i sila rezanja/brzina rezanja, koeficijenti rezanja dobijaju svoj konačni oblik:

$$k_2 = (k_\delta - k_1) \frac{2\pi}{\Omega}$$

$$k_3 = k_\Omega - (k_\delta - k_1) \frac{s_o}{\Omega}$$

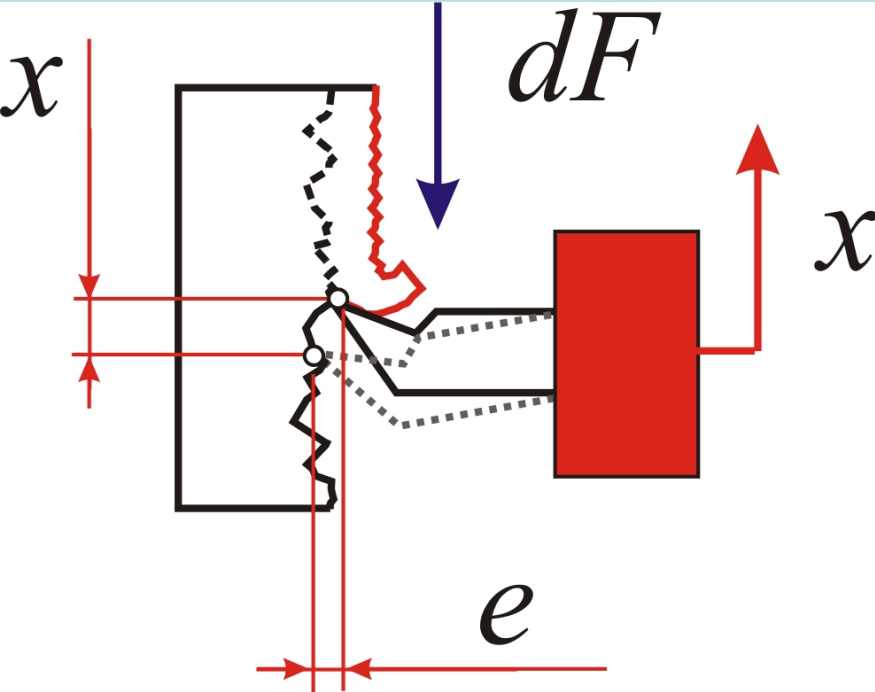
Odakle se dalje može napisati razvijeni oblik dinamičke komponente sile rezanja:

$$dF = k_1 d\delta + (k_\delta - k_1) \frac{2\pi}{\Omega} ds + [k_\Omega - (k_\delta - k_1) \frac{s_o}{\Omega}] d\Omega$$

# Prelaz u vremenski domen

Prethodno navedeni izraz za dinamičku komponentu sile rezanja treba prevesti u vremenski domen.

Koeficijent pomeranja – odnos tangencijalne i ortogonalne komponente pomeraja:



$$\beta = \frac{e}{x}$$

Vremenska zavisnost:

$$ds = \frac{de}{dt}, \quad d\Omega = \frac{1}{R} \frac{dx}{dt}$$

$$de = \beta dx$$



Dinamička komponenta sile rezanja izražena u vremenskom domenu glasi:

$$dF = z_c k_1^* A_1 x + z_c \left[ k_1^* A_2 + \frac{k\Omega}{R} + k^* \frac{2\pi}{z\Omega} \right] \frac{dx}{dt}$$

Gde novouvedene oznake imaju značenje:

$z_c$  - broj sečiva u zahvatu za višesečni alat

$$k_1^* = \beta k_1$$

$$k^* = k \left( \beta - \frac{s_0}{2\pi R} \right)$$

$$k = k_\delta - k_1$$

# Razvijeni dinamički model

Uvodjenjem proširenog izraza dinamičke sile rezanja u polazni dinamički model procesa rezanja sa jednim stepenom slobode sledi:

$$\ddot{x} + \omega_o^2 \left[ \frac{1}{\eta \omega_o} + z_c \frac{k_1^*}{c} A_2 + z_c \frac{k \Omega}{c R} + z_c \frac{k^*}{c} \frac{2\pi}{z \Omega} \right] \dot{x} + \omega_o^2 \left[ 1 + z_c \frac{k_1^*}{c} A_1 \right] x = 0$$

pri čemu su korišćene oznake:

$$\frac{c}{m} = \omega_o^2$$

$$\eta = \frac{c}{b \omega_o}$$

i označavaju sopstvenu frekvenciju i kritično prigušenje oscilacija sistema.

# Dinamička stabilnost procesa rezanja

Prethodno navedeni prošireni dinamički model procesa rezanja može se svesti na jednostavniji oblik koji je pogodniji za analizu:

$$\ddot{x} + 2\alpha\dot{x} + \omega_o^2 x = 0$$

Uslov za **stabilan** rad ovog sistema glasi:

$$2\alpha > 0$$

Sistem je **granično stabilan** za:

$$2\alpha = 0$$

a **nestabilan** za:

$$2\alpha < 0$$

i tada će sistem oscilovati/podrhtavati na:

$$\omega_o$$

# Faktor dinamičkog pojačanja amplitude oscilacija sistema

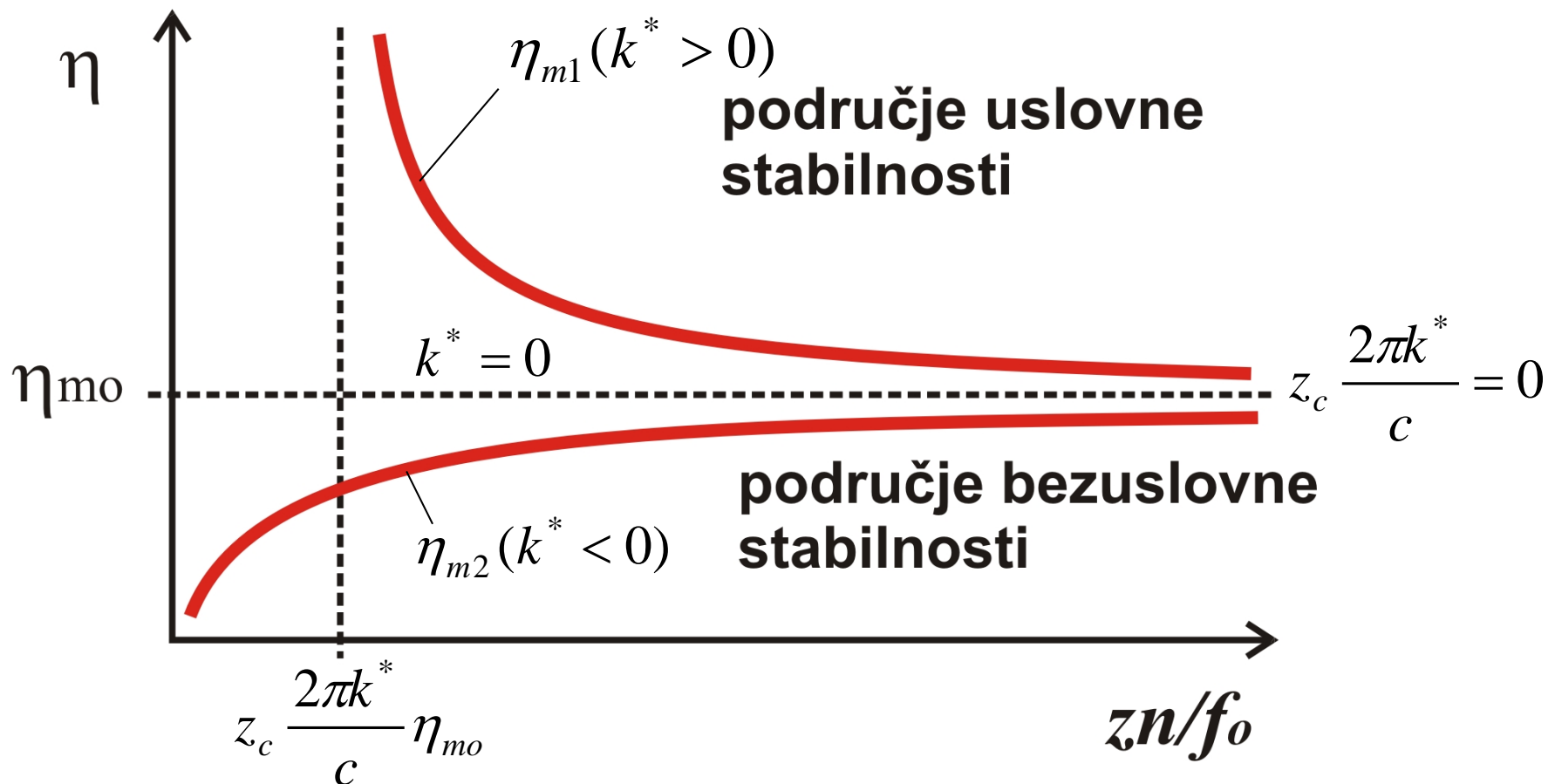
$$\eta_m = \frac{1}{\sqrt{2\left[1 + z_c \frac{k_1^*}{c} - \sqrt{1 + 2z_c \frac{k_1^*}{c} + z_c^2 \frac{k_1^{*2}}{c^2} (1 - \zeta^2)}\right]} - 2\pi z_c \frac{k_1^*}{c} \frac{f_o}{zn}}$$

Dva tipa podrhtavanja (*chatter*):

1. Kada je pravac oscilovanja (podrhtavanja, sistema) dominantno u ravni upravnoj na pravac rezanja, kao što je bušenje, čeono glodanje, ...
2. Kada je pravac oscilovanja kolinearan sa vektorom brzine rezanja, kao što je struganje, obimno glodanje, ...

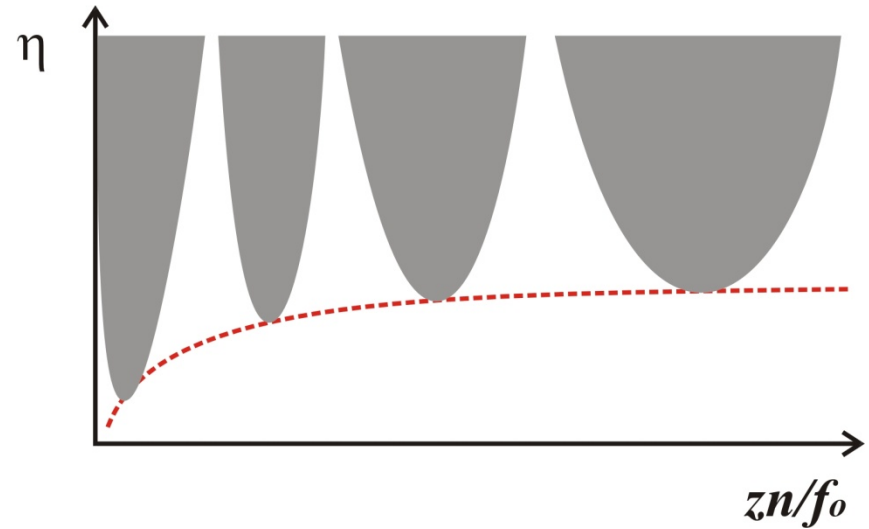
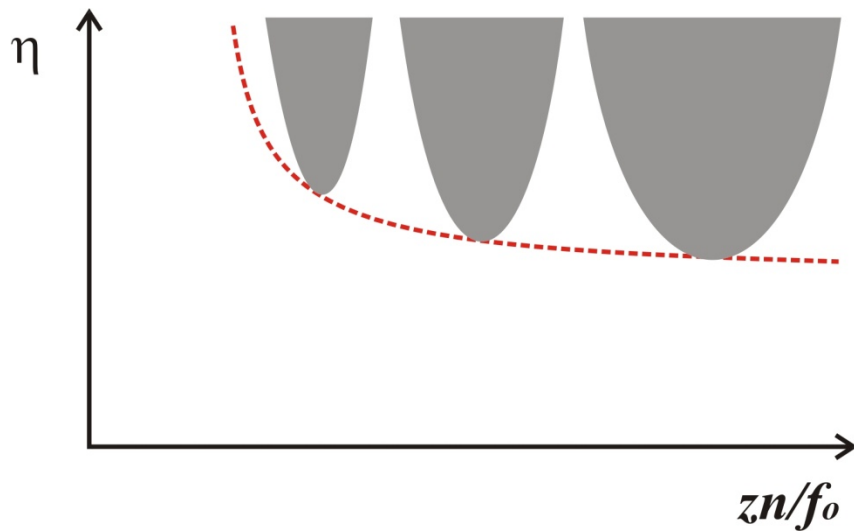


# Karta stabilnosti obradnog sistema



$\eta$  – dinamički faktor pojačanja oscilacija sistema

$z n / f_0$  – odnos broja zuba ( $z$ ), broj obrtaja ( $n$ ) i sopstvene frekvencije ( $f_0$ )



Lokalne zone nestabilnosti protežu se kroz čitav frekventni domen njihova pojava je uslovljena složenom dinamičkom interakcijom pojedinih podsistema (raspored masa obradnog sistema), kao i dinamičkim svojstvima podsistema alati i obratka.

# Amplitudno-fazna karakteristika obradnog sistema

